

مکانیک: علمی است که به مطالعه تعادل یا حرکت اجسام در اثر اعمال نیرو می پردازد.

مکانیک: ۱- اجسام صلب ۲- تغییر شکل پذیر ۳- سازه ها.

مکانیک اجسام صلب: ۱- ایستایی یا استاتیک (تعادل) ۲- دینامیک یا پویایی (حرکتی)

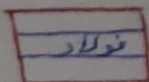
استاتیک: (ایستایی) تحلیل نیرو و گشتاور.

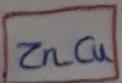
مقاومت مصالح: (مکانیک مواد) طراحی مواد با مقاومت مناسب.

فرضیات: ۱- جسم صلب است. جسمی که بر اثر اعمال نیرو تغییر شکل

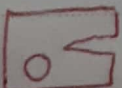
نمیدهد. 

۲- جسم انیزوتروپ باشد: خواص در تمام جهات یکسان باشد.

انیزوتروپ نیست  بتن

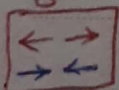
 ZnCu

۳- جسم همگن باشد (هموژن)

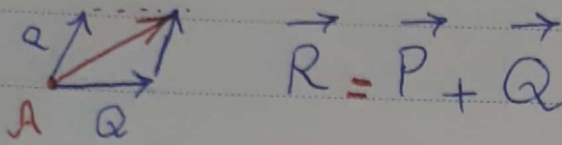
 سنگ

۴- یوگتگی مصالح

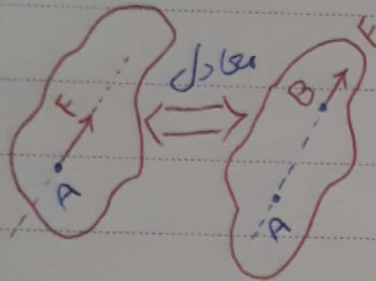
۵- عدم وجود نیروهای داخلی (تنش پیمانه) قبل از بارگذاری

نشانی

نشانه

اصول بنیادین مکانیک مقدماتی:



۱- قانون متوازی الاضلاع



۲- اصل انتقال پذیری

تفاوت در نقطه اثر اندازه و جهت نیرو یکسان و

در یک امتداد فقط مجازیم در امتداد خط اثر نیرو جابه جا کنیم.

یكاي فرعی

يكاي اصلي

سیستم يكها

طول	جرم	زمان	نیرو	
m	kg	s	N	

سیستم SI :

سیستم US : in lb اچری S پوند lb نیرو

$$1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$$

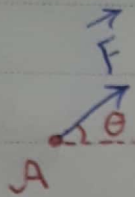
$$1 \text{ kip} = 1000 \text{ lb}$$

$$\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \quad \text{فشار} \quad \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} = \text{psi} \quad \text{فشار (انگلیسی)}$$

$$\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kip}}{\text{in}^2} = \text{ksi} \quad \text{ksi} = 1000 \text{ psi}$$

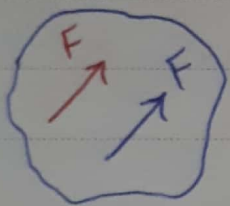
استاتیگ ذره ها: بررسی رفتار تعدادی یک ذره. هم ذره

ذره: ابعاد جسم تأثیری در حل مسئله نداشته باشد.



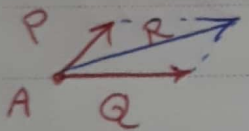
نیروهای وارد بر ذره:

۱- اندازه نیرو $|F|$ ۲- جهت نیرو ۳- نقطه اثر



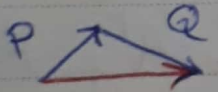
بردارهای برابر: تفاوت در نقطه اثر

جمع بردارها:



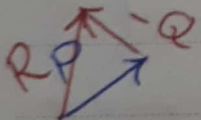
$$R = P + Q$$

قانون متوازی الاضلاع:

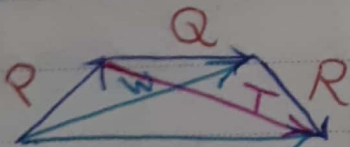
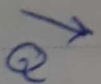


$$R = P + Q$$

قاعده مثلث:



$$P - Q = P + (-Q) = R$$

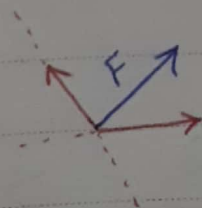
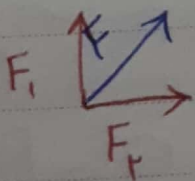


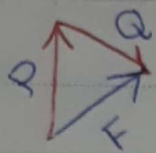
$$P + Q + R = (P + Q) + R = Z$$

$$P + (Q + R) = Z$$

خاصیت شرکت پذیری جمع برداری

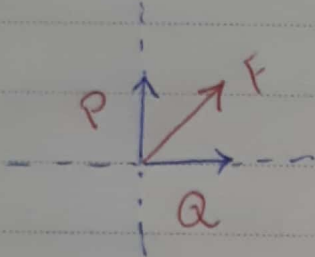
تجزیه یک نیرو به دو نیرو:



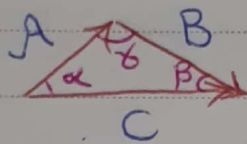


حالت اول: مقدار و جهت یکی از نیروهای تجزیه شده مشخص باشد

F را به دو نیروی P و Q تجزیه کنیم که نیروی P از قبل مشخص شده است

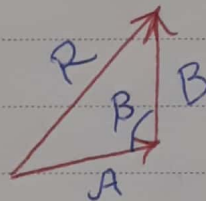


حالت دوم: خط اثر نیروها مشخص باشد



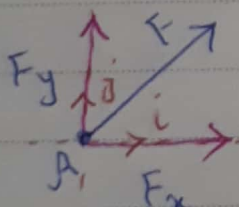
قانون سینوس ها:

$$\frac{A}{\sin B} = \frac{B}{\sin \alpha} = \frac{C}{\sin \gamma}$$



قانون کسینوس ها:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos B \quad B=90^\circ \quad R^2 = A^2 + B^2$$



$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

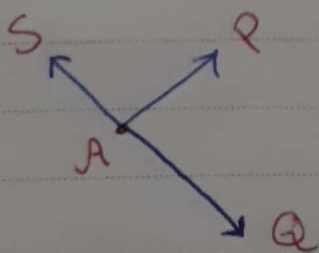
مولفه های قائم یک نیرو

$$\vec{F}_x = F_x \vec{i} \quad \vec{F}_y = F_y \vec{j}$$

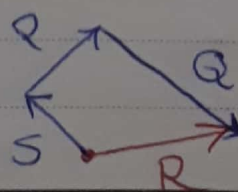
بردارهای یک

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

$$|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$



جمع شدن نیروها:

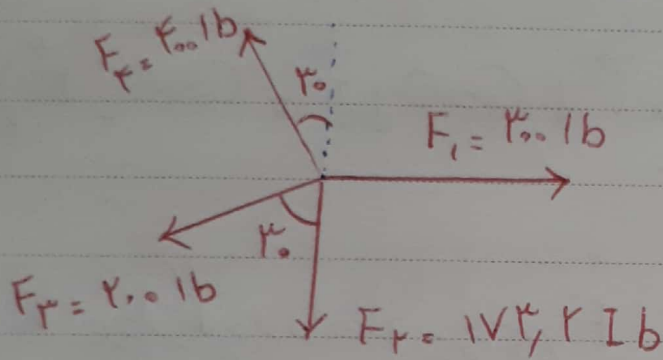


$$S + P + Q = R$$

رسم برداری

$\vec{S} = S_x \vec{i} + S_y \vec{j}$
 $\vec{P} = P_x \vec{i} + P_y \vec{j}$
 $\vec{Q} = Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j}$
 $\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$
 $S_x + Q_x + P_x = R_x$
 $S_y + Q_y + P_y = R_y$

$$R_y = P_y + Q_y + S_y$$



$$\vec{F}_1 = F_0 \vec{i} + 0 \vec{j}$$

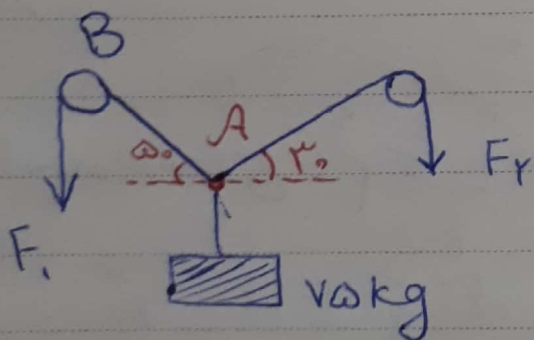
$$\vec{F}_2 = 0 \vec{i} - F_0 \vec{j}$$

$$\vec{F}_3 = -F_0 \sin \theta_0 \vec{i} - F_0 \cos \theta_0 \vec{j}$$

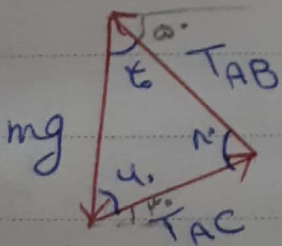
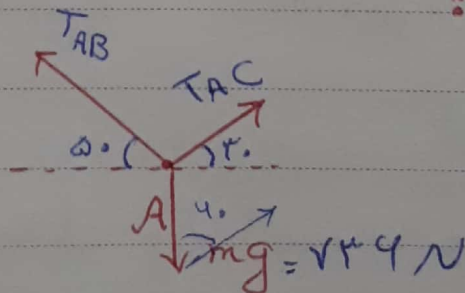
$$\vec{F}_3 = -F_0 \sin \theta_0 \vec{i} + F_0 \cos \theta_0 \vec{j}$$

$$F_x = 0 \quad F_y = 0$$

$\Sigma \vec{F} = 0$: برآیند نیروها برابر صفر است.

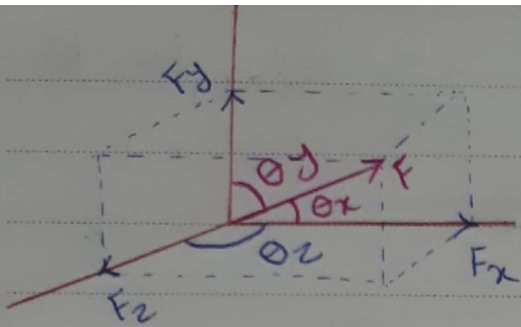


رسم بردار آید :



$$\frac{T_{AC}}{\sin \theta_0} = \frac{T_{AB}}{\sin \phi_0} = \frac{100}{\sin 10}$$

نیروها در فضا



$$F = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$F_x = F \cos \theta_x$$

$$F_y = F \cos \theta_y$$

$$F_z = F \cos \theta_z$$

$$\vec{F} = F (\cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k})$$

$$F = F \lambda$$

λ بردار واحد در راستای نیروی F

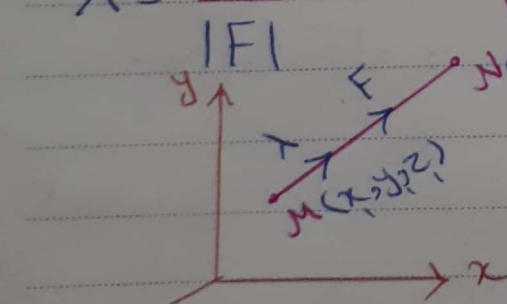
$$|\lambda| = \sqrt{\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z} = 1$$

$$\lambda = \underbrace{\lambda_x}_{\cos \theta_x} \vec{i} + \underbrace{\lambda_y}_{\cos \theta_y} \vec{j} + \underbrace{\lambda_z}_{\cos \theta_z} \vec{k}$$

$\cos$ های هادی نیروی F

$$\lambda = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} \quad (\theta_x, \theta_y, \theta_z)$$

λ



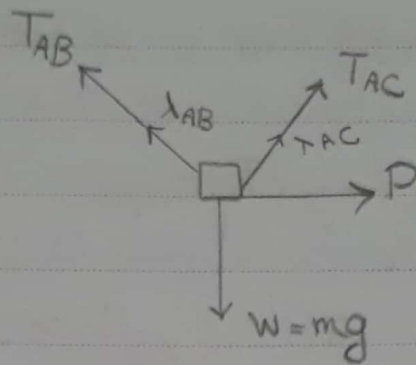
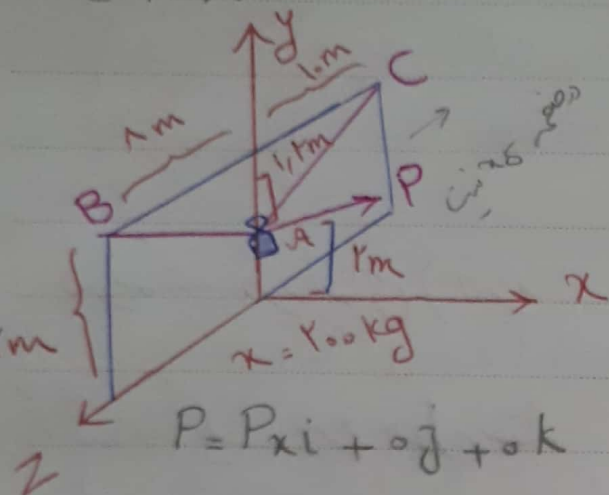
$|\vec{F}|$ اندازه هادی F می باشد

$$MN = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

$$dx = (x_2 - x_1) \quad dy = (y_2 - y_1) \quad dz = (z_2 - z_1)$$

$$\lambda = \frac{MN}{|MN|} = \frac{dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}} \quad \lambda = (\lambda_x \vec{i} + \lambda_y \vec{j} + \lambda_z \vec{k})$$

$$\vec{F} = F \vec{\lambda}$$



$$\begin{aligned} \sum F &= 0 \quad \text{شرط لازم} \\ \sum F_x &= 0 \quad \text{کافی برای} \\ \sum F_y &= 0 \quad \text{تعادل در} \\ \sum F_z &= 0 \quad A \end{aligned}$$

$$\vec{P} = P_x \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\begin{aligned} A(1, 2, 2) \quad C(0, 12, -1) \\ B(0, 12, 1) \end{aligned}$$

$$\vec{W} = 0 \vec{i} - mg \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{AB} = -1 \vec{i} + 10 \vec{j} + 1 \vec{k}$$

$$\vec{T}_{AB} = T_{AB} (-.93 \vec{i} + .77 \vec{j} + .42 \vec{k})$$

$$|AB| = \sqrt{(-1)^2 + 10^2 + 1^2} = 12.14$$

$$\vec{T}_{AC} = T_{AC} (-.18 \vec{i} + .77 \vec{j} - .77 \vec{k})$$

$$\lambda_{AB} = \frac{\vec{AB}}{|AB|} = \frac{-1 \vec{i} + 10 \vec{j} + 1 \vec{k}}{12.14}$$

$$\lambda_{AB} = -.93 \vec{i} + .77 \vec{j} + .42 \vec{k}$$

$$\vec{T}_{AB} = T_{AB} \lambda_{AB} =$$

$$T_{AB} (-.93 \vec{i} + .77 \vec{j} + .42 \vec{k})$$

$$\vec{AC} = -1 \vec{i} + 10 \vec{j} - 1 \vec{k}$$

$$|AC| = \sqrt{(-1)^2 + 10^2 + (-1)^2} = 14.19$$

$$\lambda_{AC} = \frac{\vec{AC}}{|AC|} = \frac{-1 \vec{i} + 10 \vec{j} - 1 \vec{k}}{14.19}$$

$$\Rightarrow \lambda_{AC} = -.18 \vec{i} + .77 \vec{j} - .77 \vec{k}$$

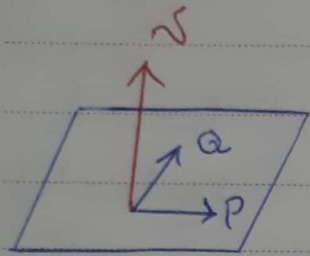
$$\vec{T}_{AC} = T_{AC} \lambda_{AC} = T_{AC} (-.18 \vec{i} + .77 \vec{j} - .77 \vec{k})$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow P_x - .93 T_{AB} - .18 T_{AC} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad (20 \times 9.81) - mg + \frac{1}{\sqrt{2}} VT_{AB} + \frac{1}{\sqrt{2}} VT_{AC} = 0$$

$$\sum F_z = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} VT_{AB} - \frac{1}{\sqrt{2}} VT_{AC} = 0 \quad T_{AB} = T_{AC}$$

مرب برداری (مرب جابی)



$$\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{v}$$

گسترده یک نیرو حول نقطه

$$v = PQ \sin \theta \quad \theta = 0^\circ \text{ to } 180^\circ \rightarrow v = 0$$

$$\vec{P} = P_x \vec{i} + P_y \vec{j} + P_z \vec{k} \quad \vec{Q} = Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} + Q_z \vec{k}$$

$$\vec{P} \times \vec{Q} = (P_x \vec{i} + P_y \vec{j} + P_z \vec{k}) \times (Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} + Q_z \vec{k})$$

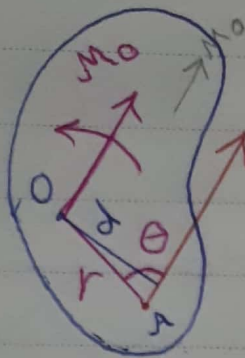
$$\vec{i} \times \vec{i} = 0 \quad \vec{j} \times \vec{j} = 0 \quad \vec{k} \times \vec{k} = 0 \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \quad \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \quad \vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i} \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j} \quad \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} = (P_y Q_z - P_z Q_y) \vec{i} + (P_z Q_x - P_x Q_z) \vec{j} + (P_x Q_y - P_y Q_x) \vec{k}$$

$$\vec{P} \times \vec{Q} = -(\vec{Q} \times \vec{P})$$

$$\vec{P} \times (\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2) = \vec{P} \times \vec{Q}_1 + \vec{P} \times \vec{Q}_2 \quad \vec{P} \times (\vec{Q} \times \vec{S}) \neq (\vec{P} \times \vec{Q}) \times \vec{S}$$



گشتاور نیروی F حول نقطه O بردار $M_o = r \times F$
(N.m)

(مقابل نیروی F به محض حول نقطه O)

گشتاور بردار گشتاور $M_o = r F \sin \theta$ مقدار $M_o = F d$

دفعه که گشتاور را حساب می‌کنیم
(فاصله عمود از نقطه A راستای نیروی F) d

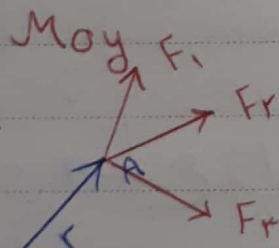
$$r = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k}$$

$$F = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$M_o = r \times F = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (r_y F_z - r_z F_y) \vec{i} + (r_z F_x - r_x F_z) \vec{j} + (r_x F_y - r_y F_x) \vec{k}$$

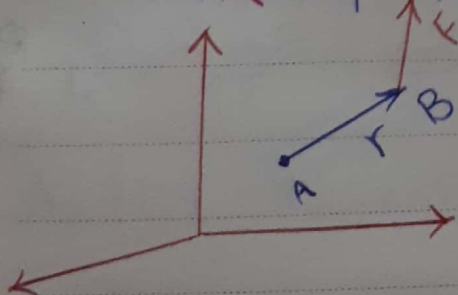
M_{ox} و r و F در صفحه xy و yz هستند
محض حول محور z و $محض حول محور$

$+ (r_z F_x - r_x F_z) \vec{j} + (r_x F_y - r_y F_x) \vec{k}$
 M_{oy} و M_{oz} مقابل به محض حول محور x و y



قضیه وارینغون.

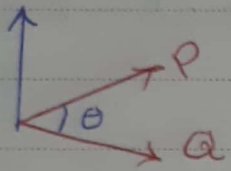
$$r \times (F_1 + F_r + F_r) = r \times F_1 + r \times F_r + r \times F_r$$



$$M_o = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_r - x_1 & y_r - y_1 & z_r - z_1 \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

	i	j	k
MO	x_r	y_r	z_r
	F_x	F_y	F_z

ضرب اسکالر دو بردار: ضرب نقطه‌ای



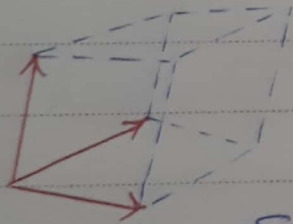
ضرب برداری خارجی $PQ \sin \theta = \vec{P} \times \vec{Q}$

ضرب اسکالر $PQ \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{Q}$

$$\vec{P} = P_x i + P_y j + P_z k$$

$$\vec{Q} = Q_x i + Q_y j + Q_z k$$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z$$



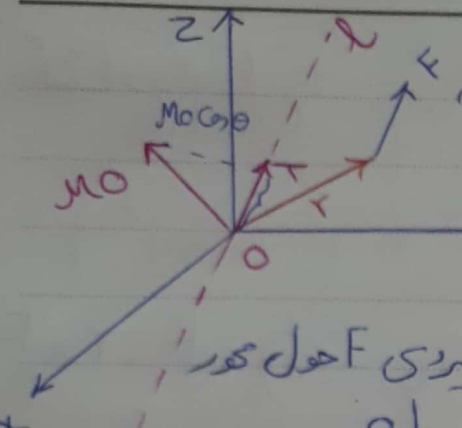
حجم متوازی السطوح $S \cdot (\vec{P} \times \vec{Q}) = \text{عدد}$

$$S = S_x i + S_y j + S_z k \quad P = P_x i + P_y j + P_z k$$

$$Q = Q_x i + Q_y j + Q_z k$$

$S \cdot (\vec{P} \times \vec{Q}) =$	S_x	S_y	S_z	حجم متوازی السطوح (اسکالر)
	P_x	P_y	P_z	
	Q_x	Q_y	Q_z	

$$S_x (P_y Q_z - P_z Q_y) + S_y (P_z Q_x - P_x Q_z) + S_z (P_x Q_y - P_y Q_x)$$



$$M_O = r \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

کستاور نیروی F حول نقطه O

تایل نیروی F به مختصات حول نقطه O

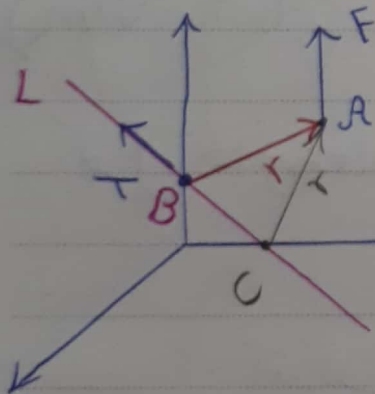
$$M_{OL} = \lambda \cdot (r \times F) = \lambda \cdot M_O =$$

تصویر Mo روی محور OL

$$|\lambda| \cdot |M_O| \cos \theta = M_O \cos \theta$$

$$M_{OL} = \lambda \cdot (r \times F) = \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} r_z F_y - r_y F_z \\ r_x F_z - r_z F_x \\ r_y F_x - r_x F_y \end{vmatrix} +$$

$$\lambda_y (r_z F_x - r_x F_z) + \lambda_z (r_x F_y - r_y F_x)$$



$$M_{BL} = \lambda \cdot (r \times F) = \lambda \cdot [(r_A - r_B) \times F]$$

$$\lambda = (\lambda_x \vec{i} + \lambda_y \vec{j} + \lambda_z \vec{k})$$

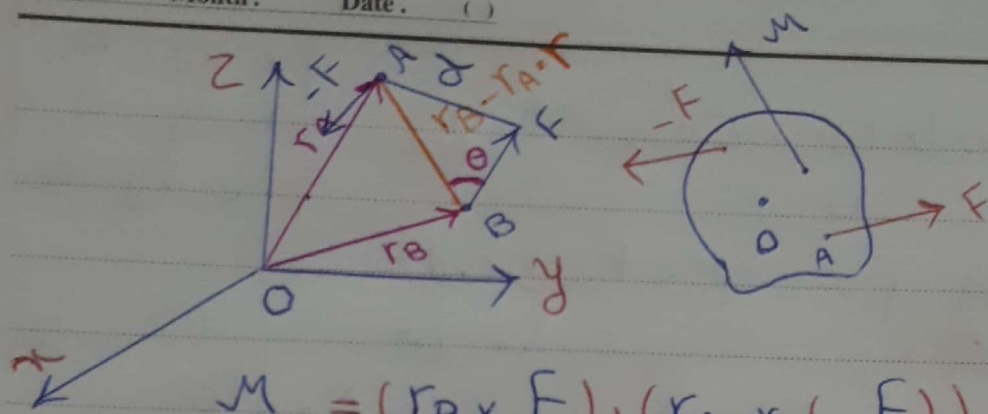
$$r = (x_A - x_B) \vec{i} + (y_A - y_B) \vec{j} + (z_A - z_B) \vec{k}$$

$$F = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$M_{CL} = \lambda \cdot [(r_A - r_C) \times F] = \lambda \cdot (r_A - r_B + r_B - r_C) \times F$$

$$\lambda \cdot [(r_A - r_B) \times F] + \lambda \cdot [(r_B - r_C) \times F] \rightarrow M_{BL} = M_{CL}$$

λ و rB - rC در یک امتداد هم متوازی السطوح تشکیل شده برابر صفر

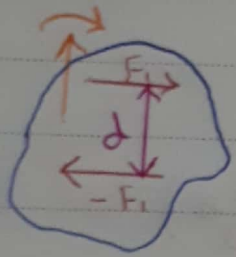


گشتاور کوئل:

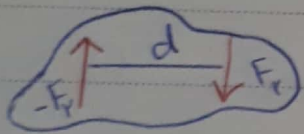
$$M = (r_B \times F) + (r_A \times (-F)) = (r_B - r_A) \times F = r \times F$$

$$M = r \times F = r F \sin \theta = F d$$

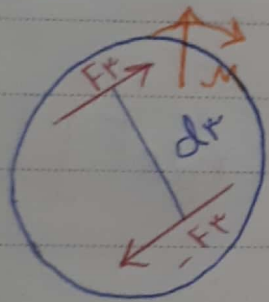
d فاصله عمود بین دو نیرو



$$M = F_1 d \quad F = I l B \quad d = r_m \quad M = I_0 N m$$

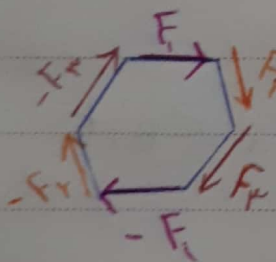


$$M_r = F_r d \quad F = I B l \quad d = r_m \quad M = I_0 N m$$



$$M = F_r d \quad F = I B l \quad d = r_m \quad M = I_0 N m$$

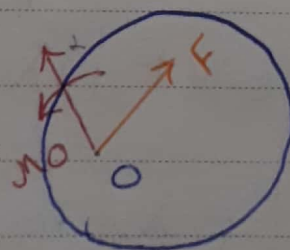
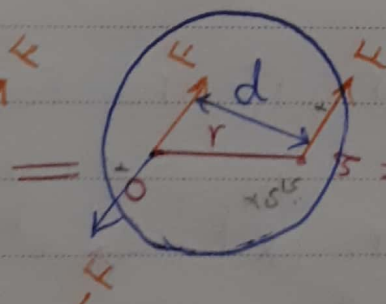
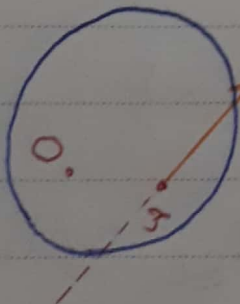
کوئل های معادل



$$M = F_1 d + F_2 d + F_3 d$$

تعویض

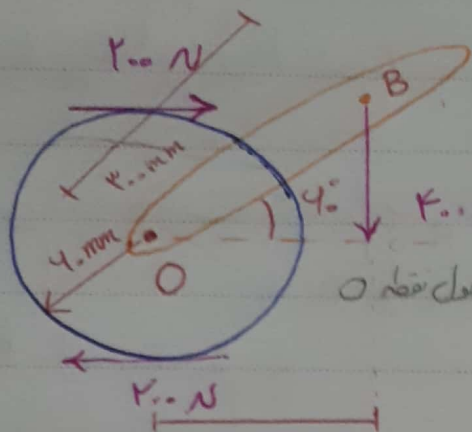
تجزیه یک نیروی معین به یک نیرو و یک کوئل.



$$M_0 = r \times F$$

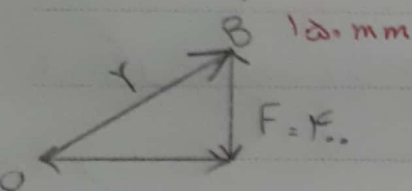
سیستم کوئل نیرو M_0 عمود بر F

اصل انتقال پذیری نیرو

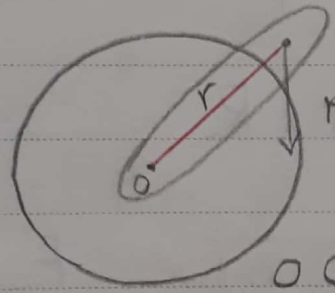
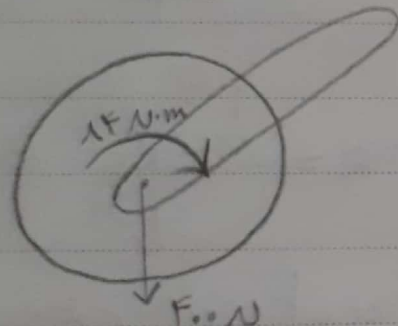
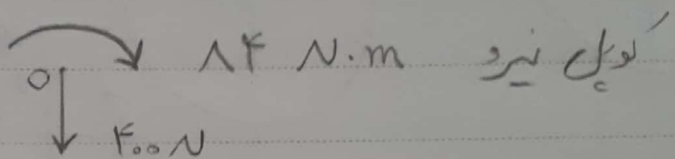
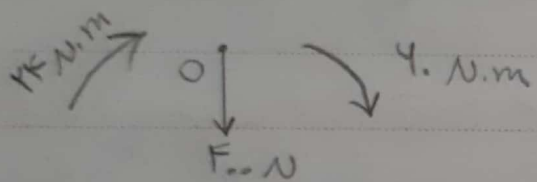


$$M = Fd = 2F \times 12 = 24 N.m \quad \text{لایه اول}$$

$$M = F \cdot d = 4 \cdot N.m \quad \text{لایه دوم}$$



$$r \times F = 4 \cdot 2F = 8 N.m$$

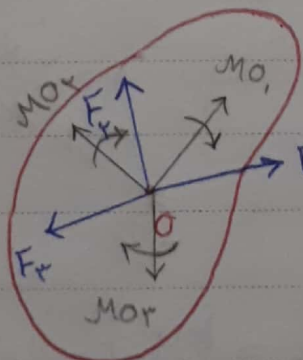
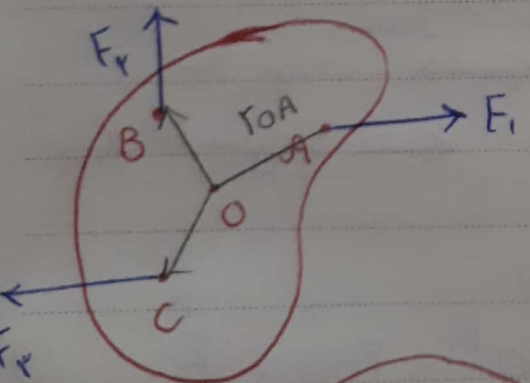


$$r \times F = 16$$

$$OC = 4 \cdot F = 16$$

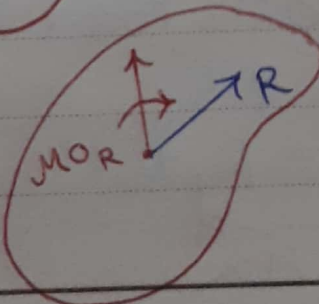
$$OC = \frac{16}{F \cdot 4} =$$

$$M_O = r_{OA} \times F, \quad F \text{ در } M_O$$



$$M_{Or} = r_{OB} \times F_r$$

$$M_{Or} = r_{OC} \times F_r$$



$$\vec{R} = \sum \vec{F} = F_1 + F_r + F_r$$

$$M_{OR} = \sum M = M_{O1} + M_{Or} + M_{Or}$$

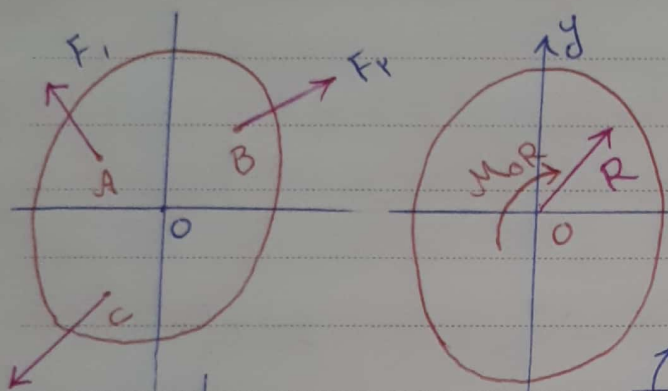
$$R = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$$

$$M_O = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}$$

$\vec{L}_R$ M_{O_R} بر R عمود است

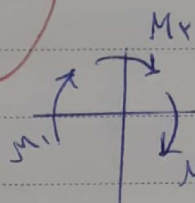
غیر در دو حالت می تواند M_{O_R} عمود بر

R است:

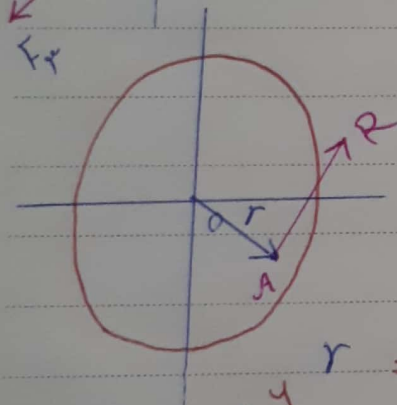


۱- خط نیروها در صفحه قرار گرفته باشند.

۲- خط نیروها با هم موازی باشند.



M_{O_R} در جهت محور z ها عمود بر R

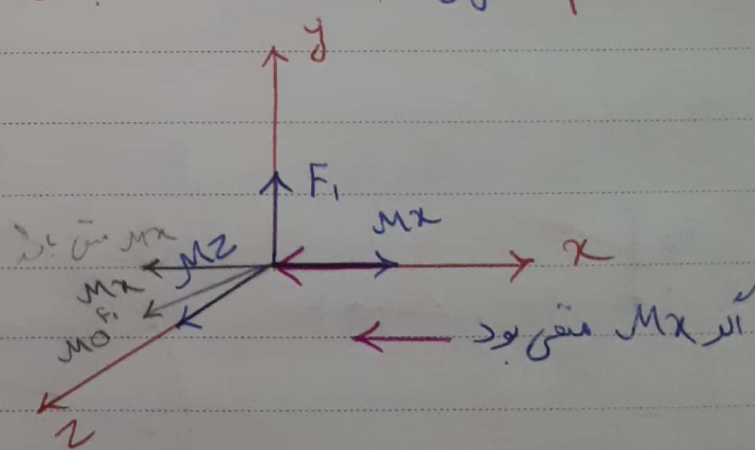
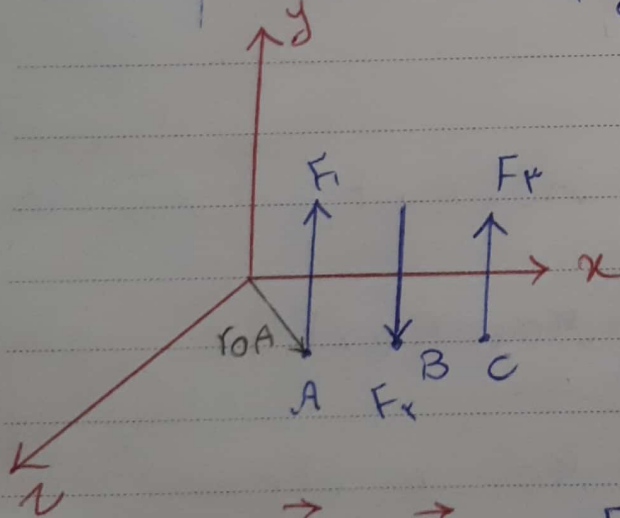


$$M_{O_R} = r \times R$$

$$M_{O_R} = M_z \vec{k}$$

$$r = x \vec{i} + y \vec{j}$$

$$F = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

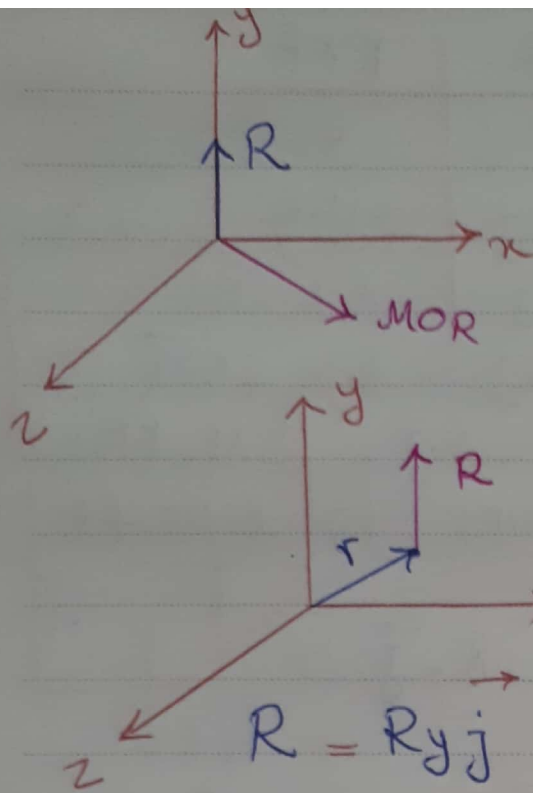


$$r_{OA} = x \vec{i} + z \vec{k}$$

$$F = F_y \vec{j}$$

$$M_{O_F} = r_{OA} \times F$$

$$M_{O_F} = (x \vec{i} + z \vec{k}) \times F_y \vec{j} = \underbrace{x F_y \vec{k}}_{M_z} - \underbrace{z F_y \vec{i}}_{M_x}$$



$$R = \sum F = F_1 + F_r + F_r$$

$$M_O^R = M_O^{F_1} + M_O^{F_r} + M_O^{F_r} = \sum M_O$$

$$M_O^R = r \times R$$

فلكل دوس فلكل

$$M_O^R = M_x^R i + M_z^R k$$

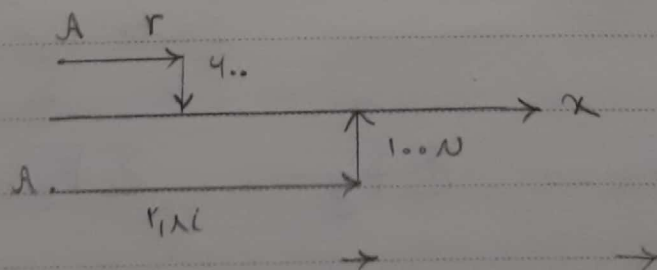
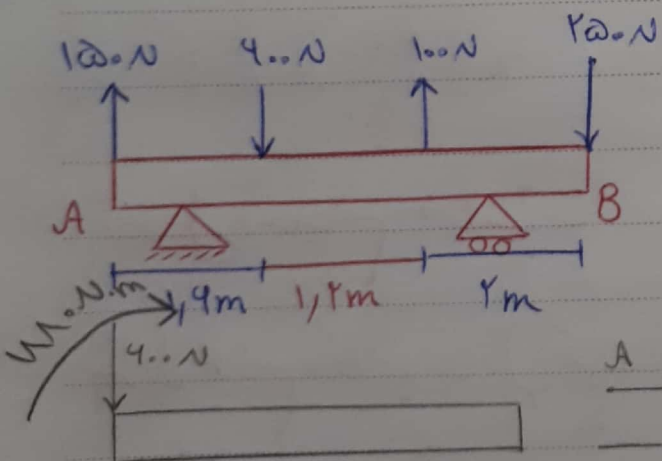
$$R = R_y j \quad \text{دوس} \quad r = x i + z k$$

$$M_O^R = r \times R \quad M_x^R i + M_z^R k = (x i + z k) \times R_y j$$

$$x = \frac{M_z^R}{R_y}$$

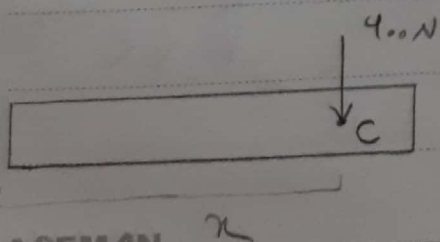
$$z = \frac{M_x^R}{-R_y}$$

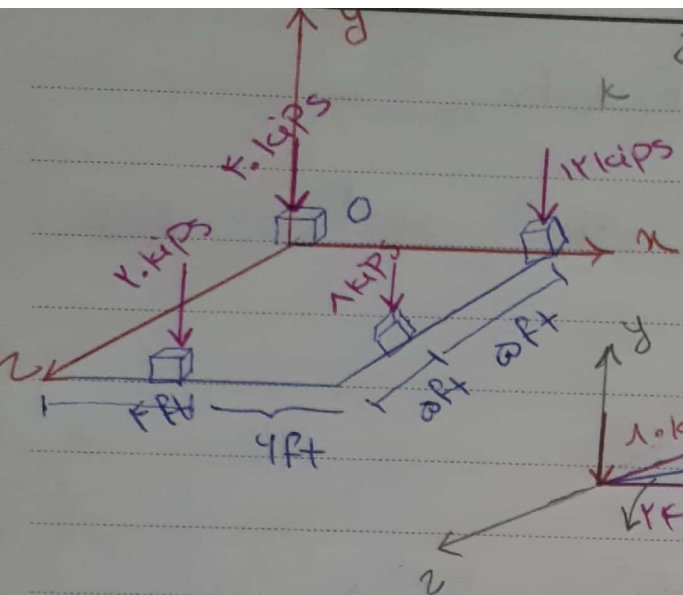
F	r	r x F	R = \sum F
10. j	0	0	
-4. j	1.4 i	-94. k	
1. j	1.1 i	11. k	
-20. j	1.1 i	-11. k	
\sum F = -4. j		\sum M = -111. k	



$$r \times F = 1.4 i \times -4. j = -111. k$$

$$x_{ci} = \frac{111.0}{4.0} \text{ m}$$





i	j	k	r	F	$r \times F$
0	0	0	0	$-2j$	0
10	0	0	$10i$	$-1j$	$-10k$
10	0	0	$10i + 10k$	$-1j$	$-10k + 10i$
10	0	0	$10i + 10k$	$-2j$	$-10k + 20i$

$$\Sigma F = -10j \text{ kips}$$

$$\Sigma M = 2F_0i - 10k \text{ kips} \cdot \text{ft}$$

$$r = (10i + 10k)$$

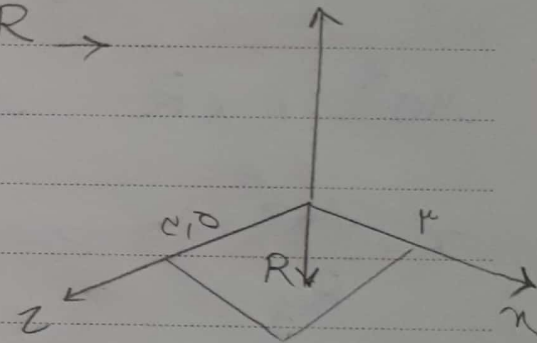
دور z, x

$$R = -10j$$

$$M_O^R = 2F_0i - 10k \quad M_O^R = r \times R \rightarrow$$

$$(10i + 10k) \times (-10j) = 2F_0i - 10k$$

$$-10 \cdot 10 \vec{k} + 10 \cdot 10 \vec{i} = 2F_0i - 10k$$



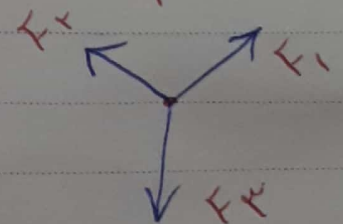
$$10 \cdot 10 = 2F_0 \quad 10 \cdot 10 = 2F_0 \quad 10 \cdot 10 = 2F_0 \quad 10 \cdot 10 = 2F_0$$

تقابل احكام صلب عكس العمل در تير 60

شرط لازم و كافي تعادل يك ذره:

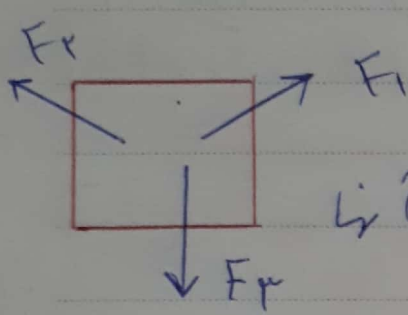
$$\Sigma F = 0 \quad (\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0)$$

مقادير 3 محور



شرط لازم و کافی تعادل یک جسم صلب :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F = 0 \quad (\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0) \\ \Sigma M = 0 \quad (\Sigma M_x = 0, \Sigma M_y = 0, \Sigma M_z = 0) \end{array} \right.$$

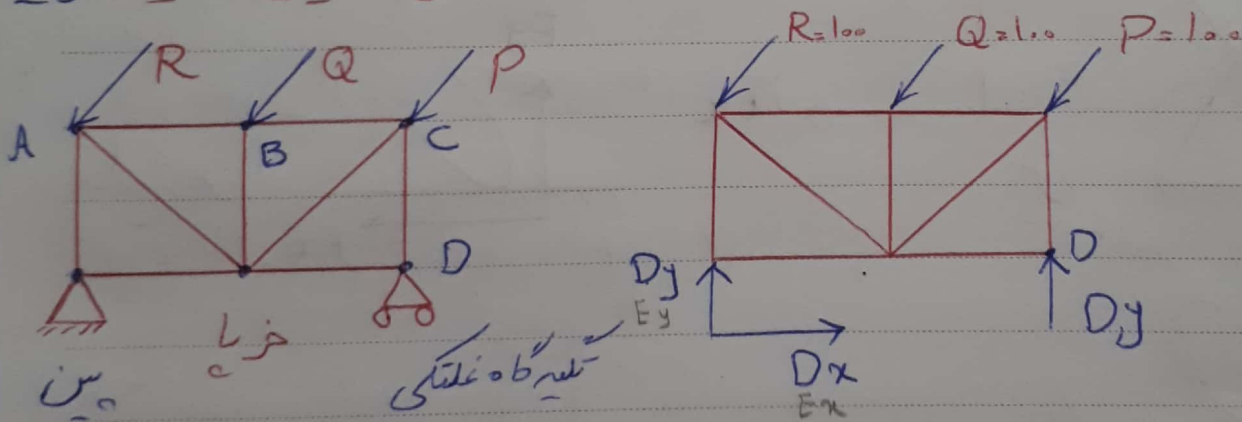


حرکت دورانی یا چرخشی نداریم.

* اگر تعداد مجهول کمتر یا مساوی تعداد معادلات باشد به آنها

مسائل معین می‌گویند.

* ... بیش از تعداد معادلات باشد به آنها مسائل نامعین استاتیکی می‌گویند.



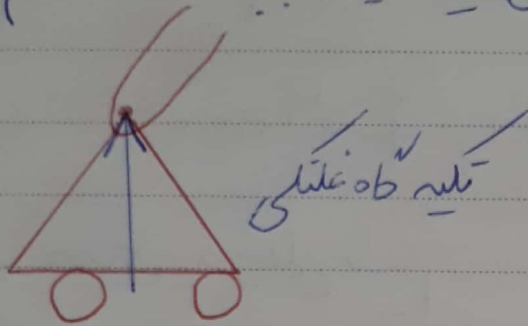
$$(\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma M = 0) \quad (E_x, E_y, D_y) \text{ ۳ مجهول}$$

اگر هر دو پایه غلتک باشد جسم حرکت می‌کند و دیگر در حالت تعادل نیست.

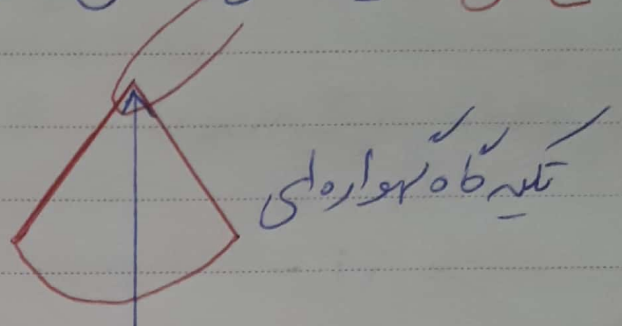
اگر هر دو پایه سرن باشد جسم حرکت نمی‌کند و ۴ معادله داریم.
 بدست می‌آید
 نیروی جاذبه

انواع تکیه گاه: (در صفحه)

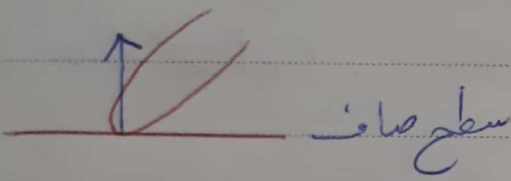
۱- نوع اول: تکیه گاهی که عکس العمل آن یک نیرو با جهت معلوم است.



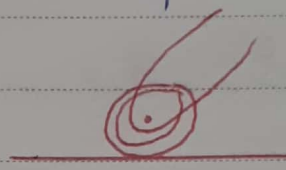
تکیه گاه غلتکی



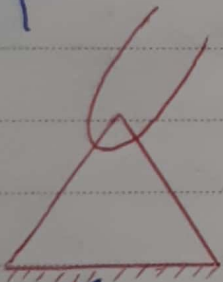
تکیه گاه یوارده ای



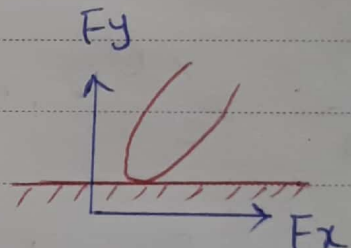
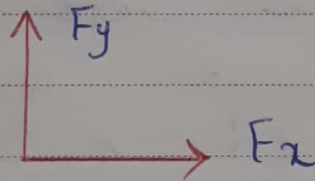
سطح صاف



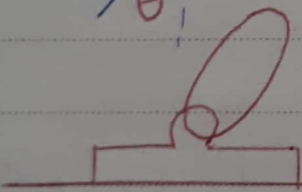
۲- نوع دوم: تکیه گاهی که عکس العمل آن یک نیرو با جهت نامعلوم است.



میل

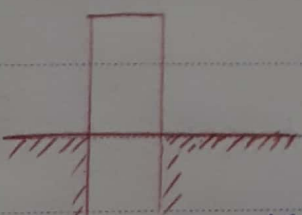


سطح زبر



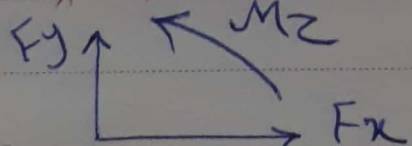
میل بدون اصطکاک
مفصل

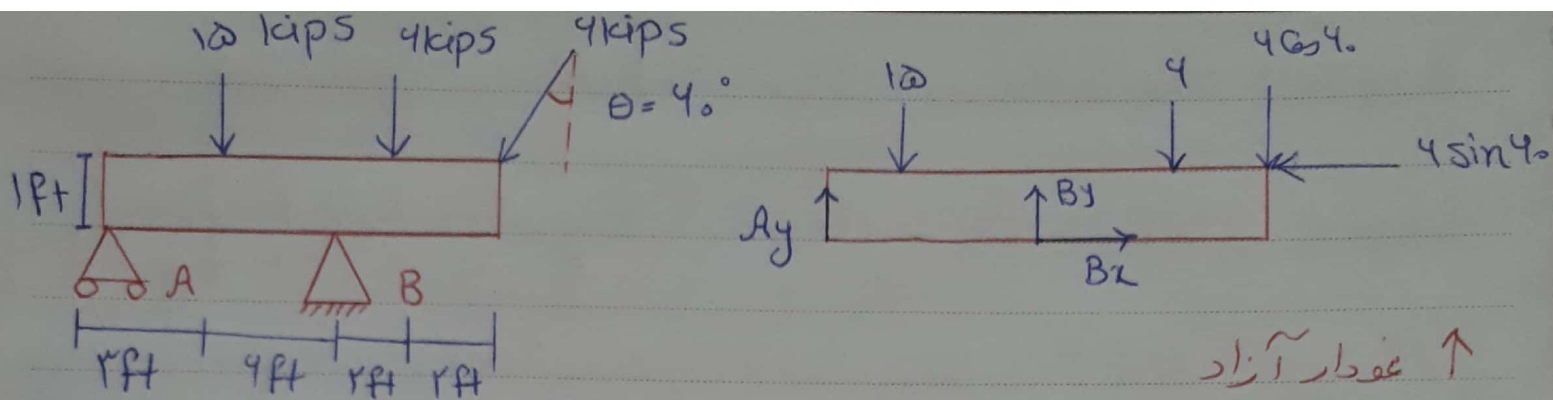
۳- تکیه گاه ثابت:



جهت حار است در نظر می گیریم و دوباره

مستند را حل می کنیم





درست انتفا ب شده

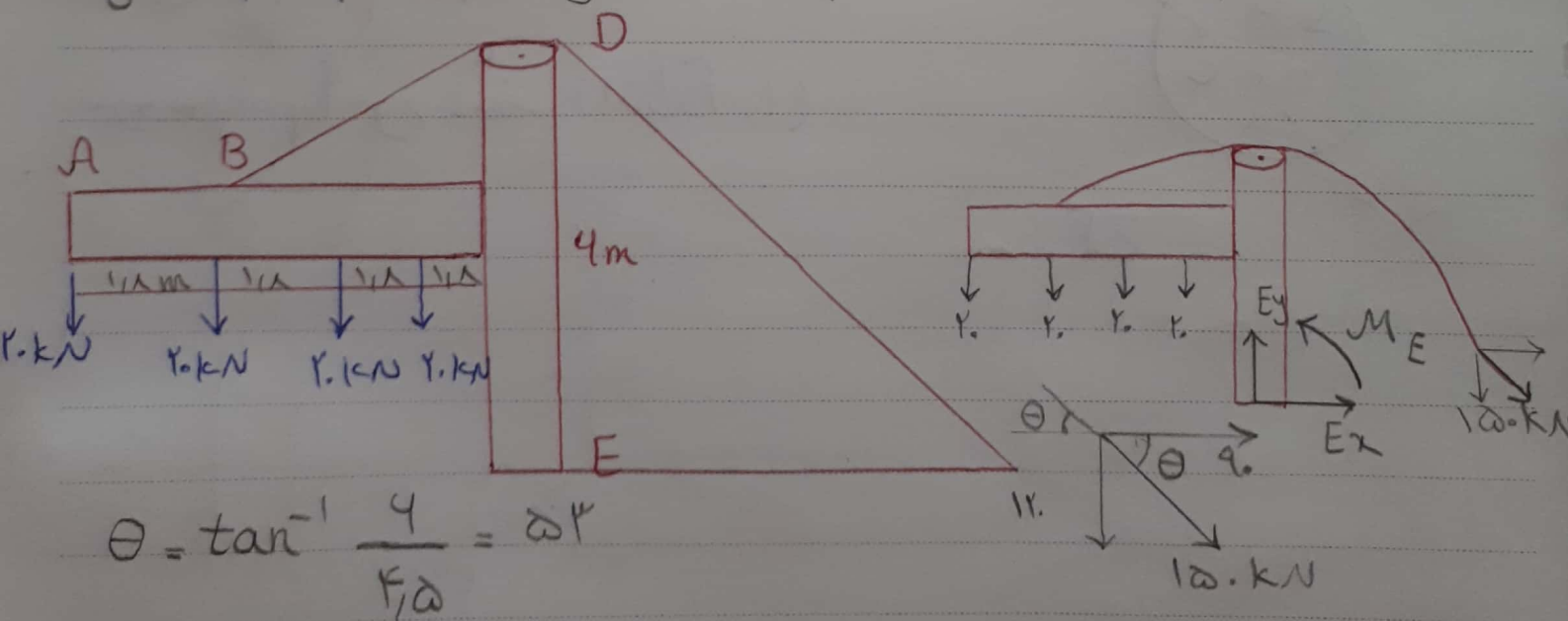
$$\sum F_x = 0 \quad B_x - 4 \sin 4^\circ = 0 \quad B_x = +4 \sin 4^\circ =$$

$$\sum F_y = 0 \quad -10 - 4 - 4 \cos 4^\circ + A_y + B_y = 0$$

$$A_y + B_y = 11 + 4 \cos 4^\circ = 12 \text{ kips}$$

$$\sum M_A = 0 \quad M = r \times F = Fd \quad -3 \times 10 - 4 \times 11 - 4 \cos 4^\circ \times 13 + 1 \times 4 \sin 4^\circ + 9 \times B_y + 0 = 0$$

$$B_y = 17.1 \text{ kips} \quad A_y = 1.1 \text{ kips}$$

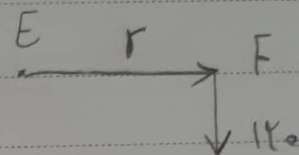


$$\sum F_x = 0 \quad E_x + 90 = 0 \quad E_x = -90 \text{ kN} \quad \text{جهت برعکس}$$

$$\sum F_y = 0 \quad -(F \times 20) + E_y - 120 = 0 \quad E_y = 200 \text{ kN}$$

$$\sum M = 0 \quad 20 \times F \times (1/8) + 20 \times 3 \times (1/8) + 20 \times 2 \times 1/8 + 20 \times 1/8 +$$

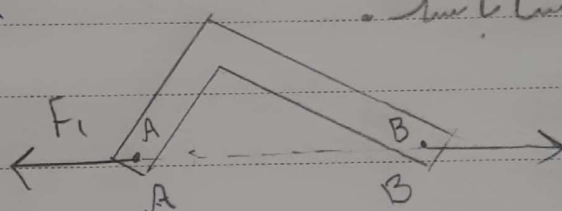
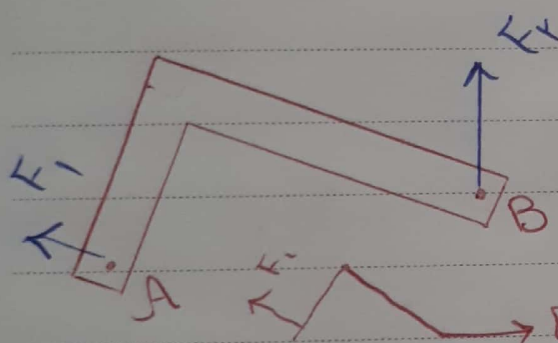
$$M_E - 120 \times F/8 = 0$$



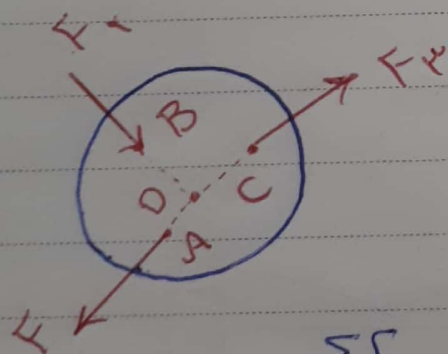
$$M_E = 180 \text{ kN.m}$$

تعادل در اجسام دو نیرویی :

۲ نیرو باید در یک راستا باشند.



$$F_1 = -F_2 \quad \text{A و B صفر است}$$



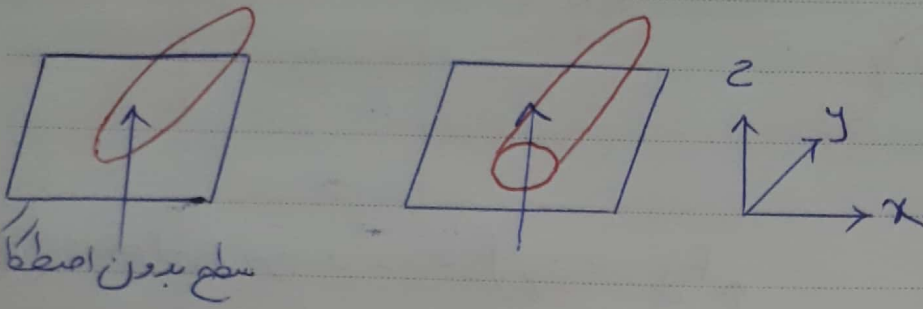
$$\sum F = 0$$

تعادل اجسام سه نیرویی :

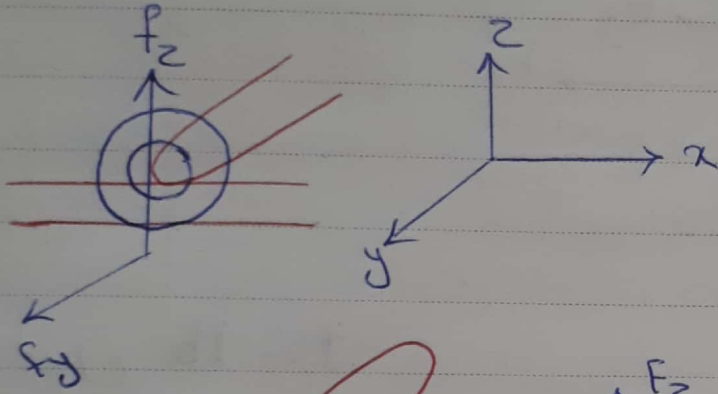
نیروها هم رأس باشند (امتداد آنها)

عکس العمل در تکیه گاه ها و اتصالات ها در سازه های سه بعدی:

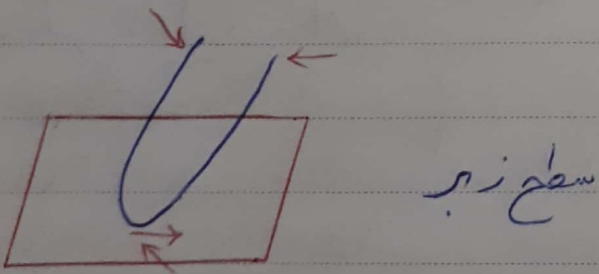
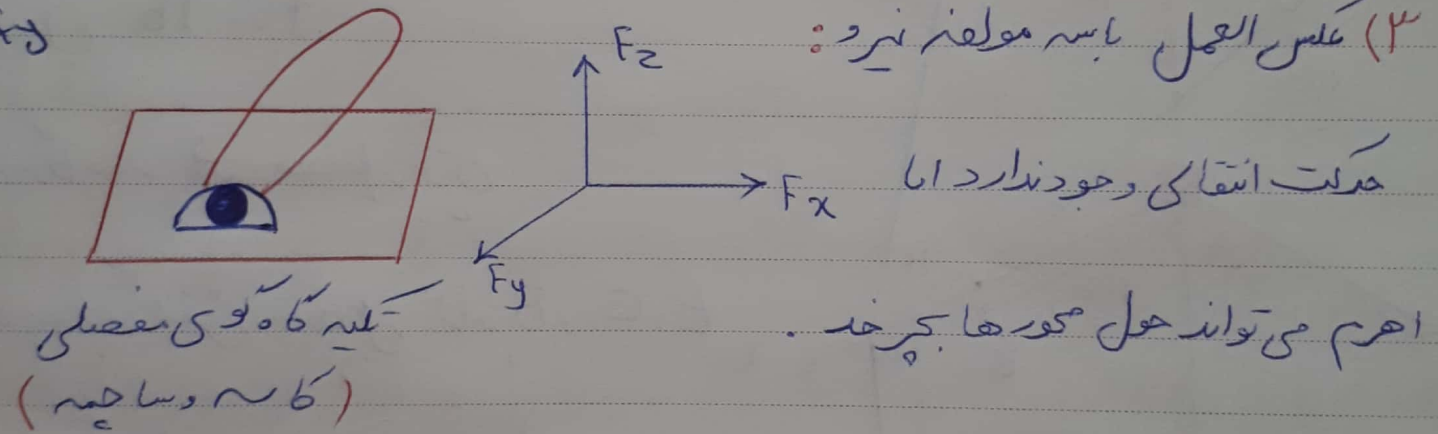
(۱) نیروها با خط اثر معلوم:



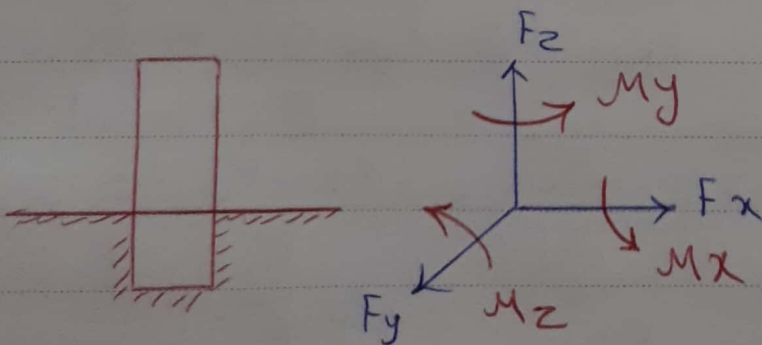
(۲) دو مولفه نیرو:



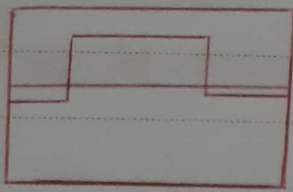
(۳) عکس العمل با سه مولفه نیرو:



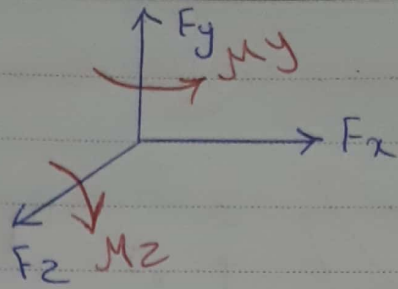
(۴) سه مولفه نیرو و سه گوی:



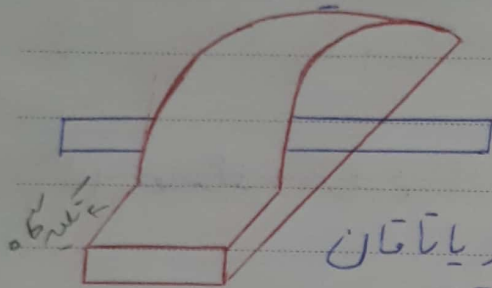
(۵) سه مولفه نیرو و دو گوی:



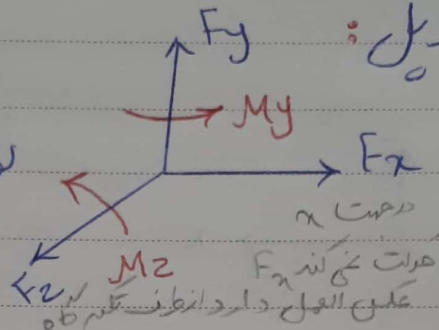
تک مولفه لولا



(۴) دو مولفه نیرو و دو گوی:



لولا و یا تاقان تنها



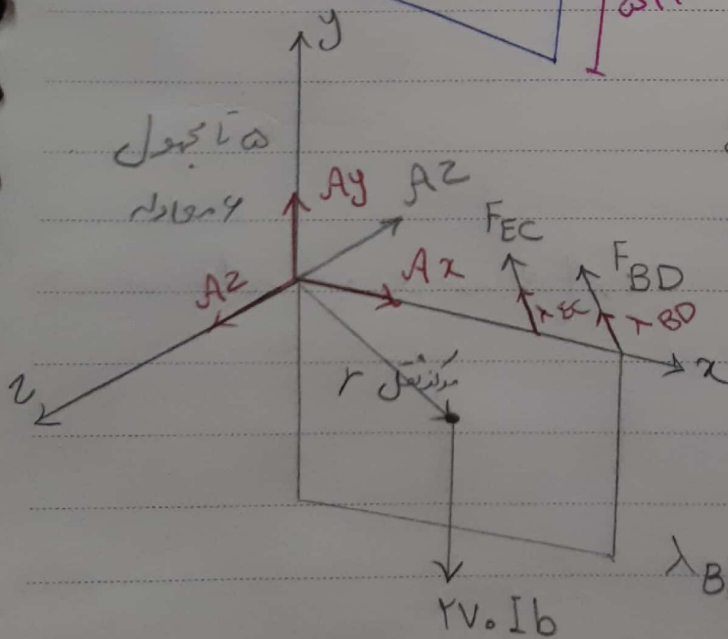
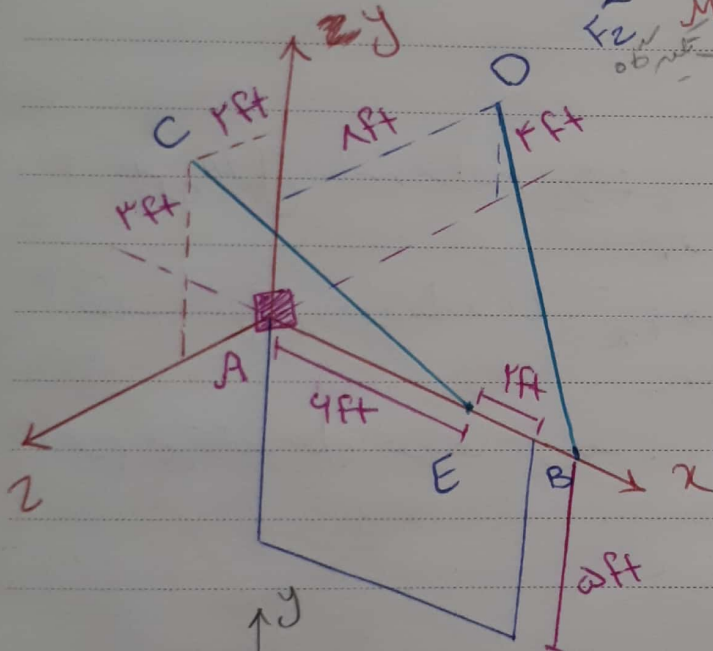
آوردن جهت حرکت لوله
در جهت x
حرکت نمی کند
عکس العمل دارد و اینطور تک مولفه

وزن ۲۷. ۱b

تک مولفه در A مفصل قوی

محاسبه کشش در کابل D, B, C, E

و عکس العمل در A



$$\sum F = 0 \quad \sum M = 0$$

$$A(0, 0, 0) \quad C(0, 3, 0)$$

$$E(4, 0, 0)$$

$$\vec{F}_{BD} = F_{BD} \lambda_{BD} \quad D(0, 4, -1)$$

$$B(1, 0, 0)$$

$$\lambda_{BD} = \frac{\vec{BD}}{|\vec{BD}|} = \frac{-1\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 1\mathbf{k}}{1\sqrt{2}} =$$

$$\lambda_{BD} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} + \frac{4}{\sqrt{2}}\mathbf{j} - \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{k}$$

r	F	$r \times F$	$\vec{F}_{EC} = F_{EC} \vec{\lambda}_{EC}$
$\vec{\lambda}_{EC}$	$F_{BD} \left(-\frac{r}{r} \vec{i} + \frac{1}{r} \vec{j} - \frac{1}{r} \vec{k} \right)$	$F_{BD} \left(\frac{1}{r} \vec{k} + \frac{17}{r} \vec{j} \right)$	$\vec{\lambda}_{EC} = \frac{-4\vec{i} + 3\vec{j} + 12\vec{k}}{V}$
$4\vec{i}$	$F_{EC} \left(-\frac{4}{V} \vec{i} + \frac{r}{V} \vec{j} + \frac{1}{V} \vec{k} \right)$	$\frac{12}{V} F_{EC} \vec{k} - \frac{17}{V} F_{EC} \vec{j}$	$\vec{\lambda}_{EC} = -\frac{4}{V} \vec{i} + \frac{3}{V} \vec{j} + \frac{12}{V} \vec{k}$
0	$A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$	0	$M_{Ay} = M_{Ax} = M_{Az} = 0$
$F_i - 12\omega \vec{j}$ $\downarrow F_i$	$-12V_0 \vec{j}$	$-10.12 \vec{k}$	$r = 0$ مركز الدوران A هو مركز الدوران
	$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0$	$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0$	

$$\Sigma F_x = 0 \quad -\frac{r}{r} F_{BD} - \frac{4}{V} F_{EC} + A_x = 0 \quad A_x = 33.1$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \frac{1}{r} F_{BD} + \frac{17}{V} F_{EC} + A_y - 12V_0 = 0 \quad A_y = 10.17$$

$$\Sigma F_z = 0 \quad -\frac{1}{r} F_{BD} + \frac{1}{V} F_{EC} + A_z = 0 \quad A_z = -12.12 \text{ Ib (تجاه اليمين)}$$

$$\Sigma M_z = 0 \quad \left(F_{BD} \times \frac{1}{r} \right) + \left(F_{EC} \times \frac{12}{V} \right) - 10.12 = 0 \quad F_{BD} = 10.17 \text{ Ib}$$

$$\Sigma M_y = 0 \quad \left(\frac{17}{r} \times F_{BD} - \frac{17}{V} F_{EC} \right) = 0 \quad F_{EC} = 33.1 \text{ Ib}$$

$$\Sigma M_x = 0$$

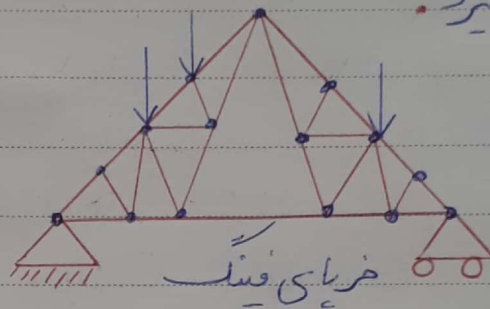
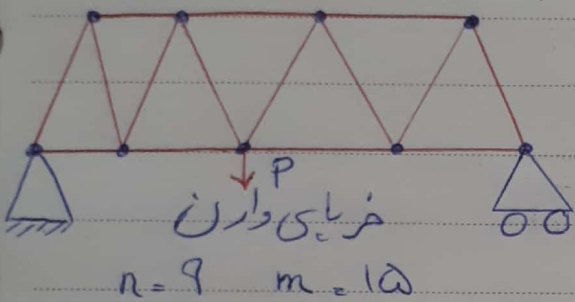
تحلیل خریا:

۲- تحلیل مقطع ها (آی)

۱- تحلیل مفصل ها (قرمز)

خریایک سازه مهندسی است که برای تحمل بار استفاده می شود. بارها، استادیوم

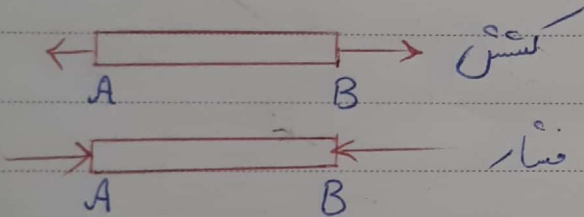
دکل های انتقال نیرو.



$$m = 2n - 3$$

n : تعداد مفصل

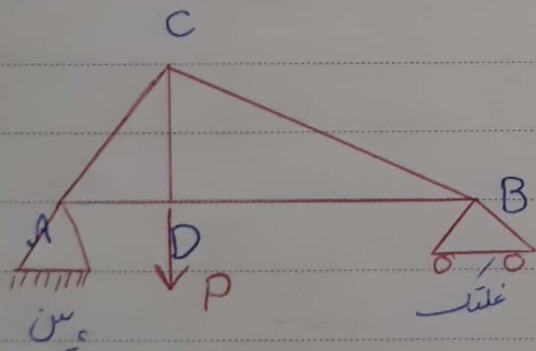
m : تعداد دکل اعضا



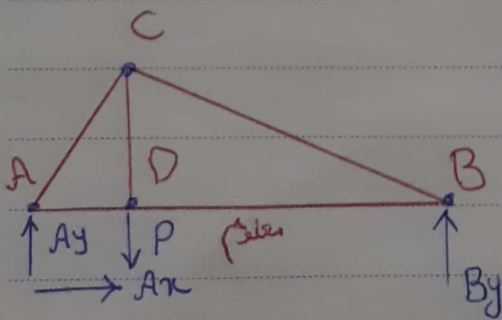
عضو دوتیردی تحمل نیروی عرضی بایرشی

راندارد و بار حتماً باید به مفصل وارد شود.

تحلیل خریا به روش مفصل



مفصل	اعضا
A	F AC
B	F AD
C	F CD
D	F CB
	F DB

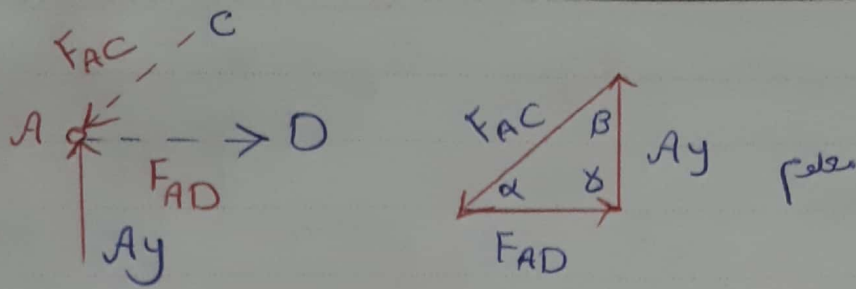


$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

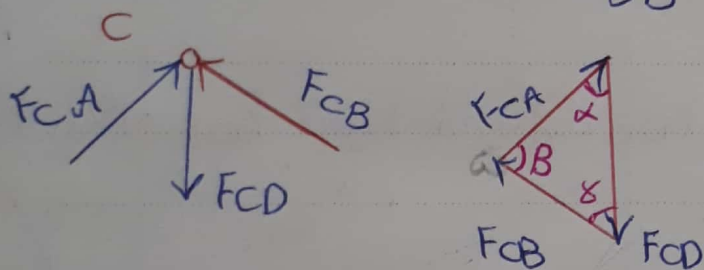
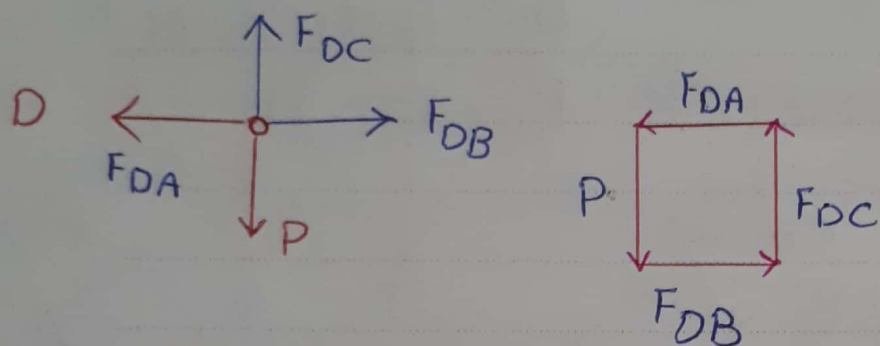
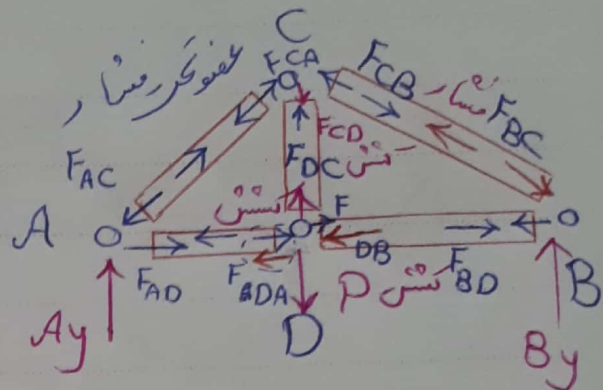
$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_y \text{ می سب می شود}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_y \text{ می سب می شود}$$

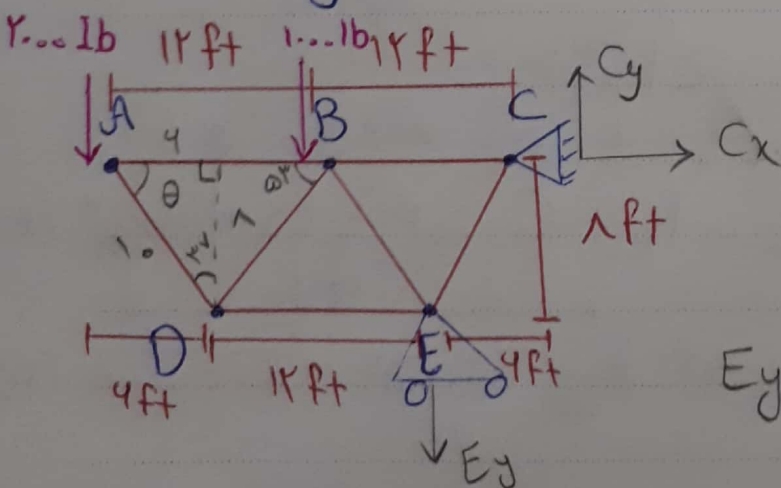
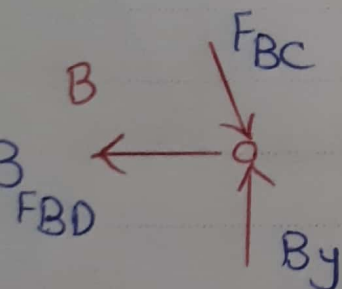
رسم نمودار آزاد
و محاسبه عکس العمل
در تکیه گاه



$$\frac{F_{AC}}{\sin \alpha} = \frac{F_{AD}}{\sin \beta} = \frac{A_y}{\sin \alpha}$$



$$\frac{F_{CB}}{\sin \alpha} = \frac{F_{CD}}{\sin \beta}$$



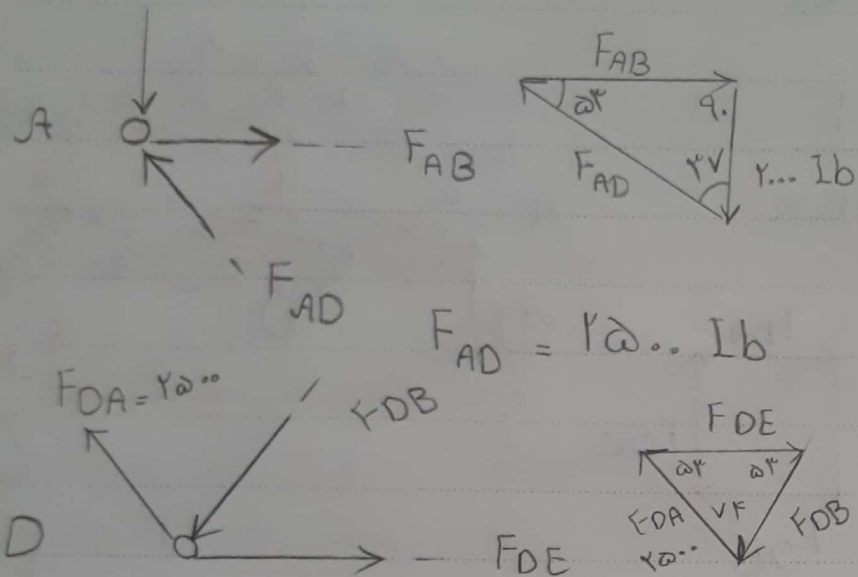
$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x = 0$$

$$M_C = 0 + 1000 \times 12 + 1000 \times 12 - E_y \times 4$$

$$E_y = 10000 \text{ lb}$$

$$\sum F_y = 0 \quad 1000 - 1000 + 1000 + C_y = 0 \quad C_y = -1000 \text{ lb}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{4} = 14.0^\circ$$



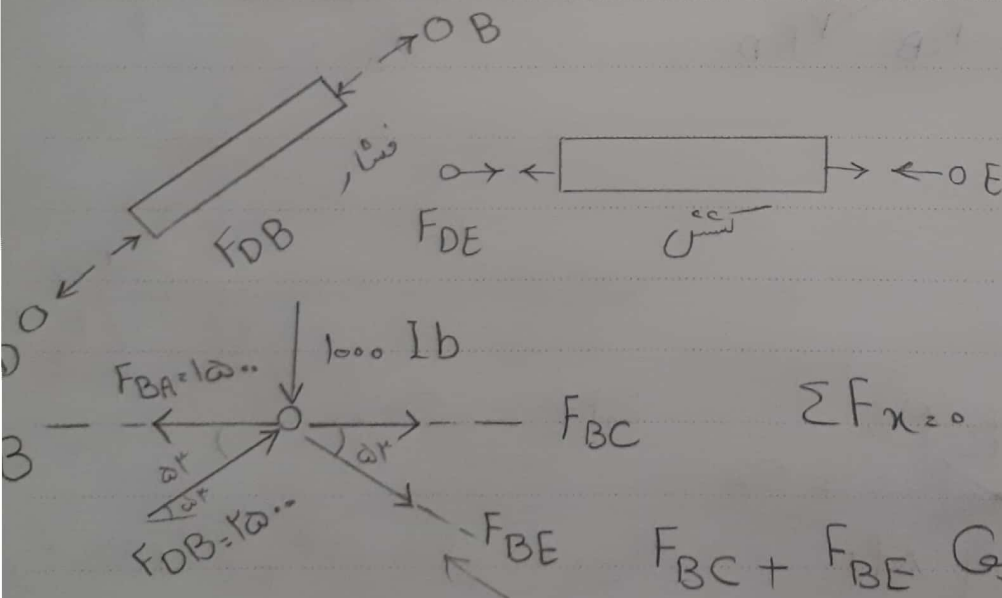
$$\sum F = 0$$

$$\frac{F_{AD}}{\sin 9.0} = \frac{F_{AB}}{\sin 76.0} = \frac{1000}{\sin 14.0}$$

$$F_{AD} = 1000 \text{ lb} \quad F_{AB} = 1000 \text{ lb}$$

$$\frac{1000}{\sin 14.0} = \frac{F_{DE}}{\sin 76.0} = \frac{F_{DB}}{\sin 14.0}$$

$$F_{DB} = 1000 \text{ lb} \quad F_{DE} = 1000 \text{ lb}$$

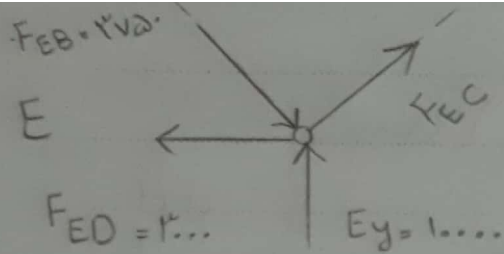


$$\sum F_x = 0$$

$$F_{BC} + F_{BE} \cos 14.0 + 1000 \cos 14.0 - 1000 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -1000 + 1000 \sin 14.0 - F_{BE} \sin 14.0 = 0 \quad F_{BE} = -1000$$

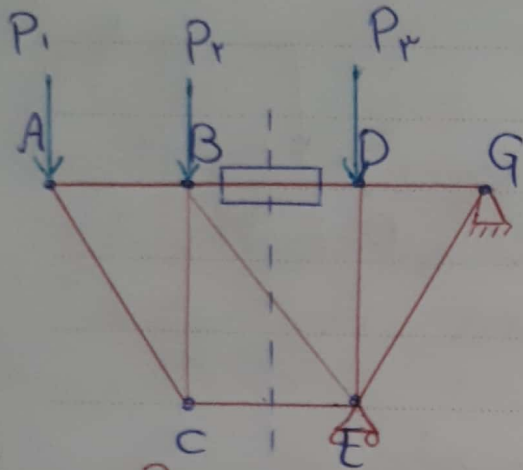
$$F_{BC} = 1000$$



$$\sum F_x = 0$$

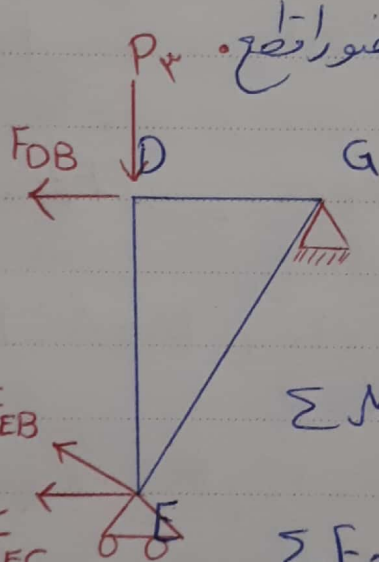
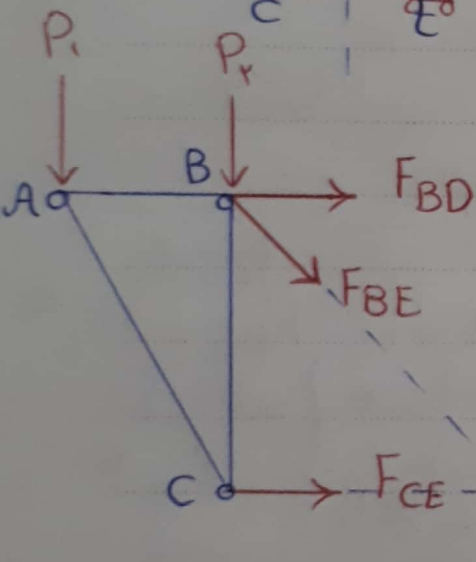
$$-1000 + 1750 \cos 53^\circ + F_{EC} \cos 53^\circ = 0$$

$$F_{EC} = 1750$$



تحلیل خرابیه روش مقاطع :

مطلوب است محاسبه نیرو در عضو BD

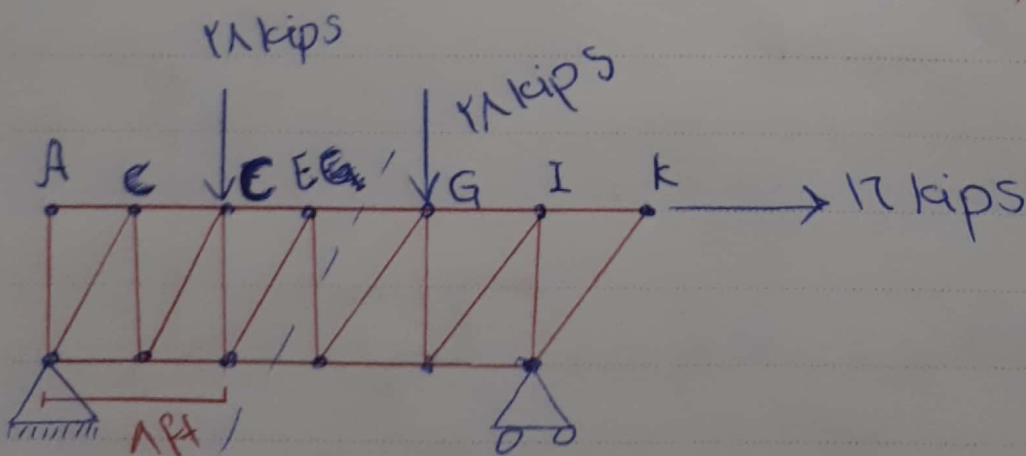


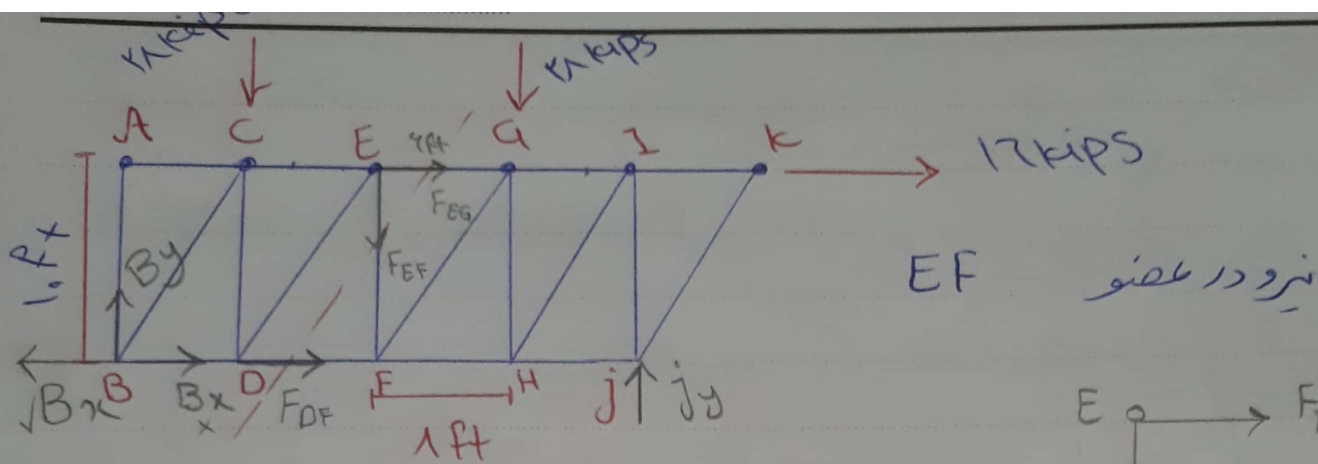
مقطع نباید بیش تر از سه عضو را قطع کند.

$$\sum M_B = 0 \rightarrow F_{CE} = \text{کامپ}$$

$$\sum M_E = 0 \rightarrow F_{BD} = \text{کامپ}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{BE} = \text{محاسبه می شود}$$





$$\sum F_x = 0 \quad B_x + 17 = 0 \quad B_x = -17 \text{ kips}$$

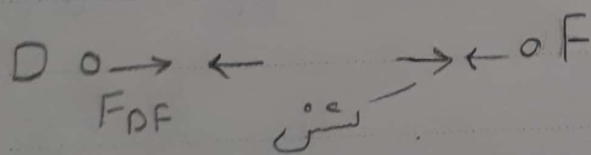
$$\sum M_j = 0 \quad -B_y \times 32 + 18 \times 24 + 18 \times 8 - 17 \times 10 = 0$$

$$B_y = 23 \text{ kips} \quad \sum F_y = 0 \rightarrow j_y \text{ محاسبه می شود}$$

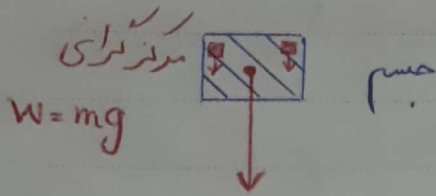
$$\sum F_y = 0 \quad 23 - 18 - F_{EF} = 0 \rightarrow F_{EF} = -5 \text{ kips}$$

$$\sum M_F = 0 \quad -F_{EG} \times 10 + 18 \times 8 - 23 \times 17 = 0 \quad F_{EG} = -14.4 \text{ kips}$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{DF} - 17 - 14.4 = 0 \quad F_{DF} = +31.4 \text{ kips}$$



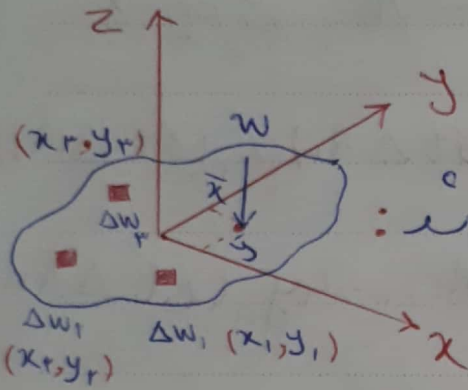
مرکز گرایی و مرکز هندسی:



مرکز گرایی (جرم، ثقل)

زمین

$$W = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta W$$



آگر $(\bar{x}, \bar{y})$ مرکز گرایی باشد باید شرط زیر برقرار باشد:

حول محور y : $W\bar{x} = x_1 \Delta W_1 + x_2 \Delta W_2 + \dots$

نسبتاً در حول محور x : $W\bar{y} = y_1 \Delta W_1 + y_2 \Delta W_2 + y_3 \Delta W_3 + \dots + y_n \Delta W_n$

$$\bar{x} W = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \Delta W_i$$

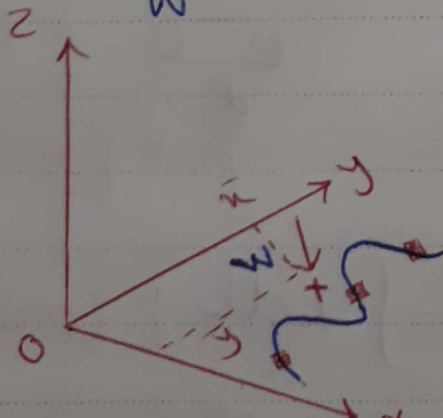
$$\bar{y} W = \sum_{i=1}^{\infty} y_i \Delta W_i$$

$$\bar{x} W = \int x dw$$

$$\bar{y} W = \int y dw$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dw}{W}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y dw}{W}$$

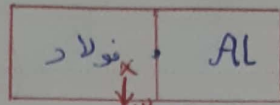
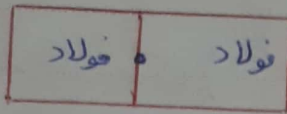


نسبتاً در حول محور y : $\bar{x} W = \int x dw$

حول محور x : $\bar{y} W = \int y dw$

مرکز گرایی خط ممکن است روی خط قرار نگیرد.

مرکز هندسی: (خط، سطح، حجم)



مرکز جرم سکائی = w

$w = t \delta A$ δ چگالی A مساحت سطح t ضخامت

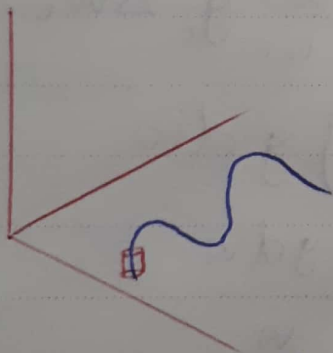
$\Delta w = \delta t \Delta A$ $\bar{x} (\delta t A) = x_1 (\delta t \Delta A_1) + x_r (\delta t \Delta A_r) + \dots$

$\bar{y} (\delta t A) = y_1 (\delta t \Delta A_1) + y_r (\delta t \Delta A_r) + \dots + y_n (\delta t \Delta A_n)$

$\bar{x} A = \sum x \Delta A$ $\bar{x} A = \int x dA$

مختصات مرکز سطح

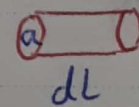
$\bar{y} A = \sum y \Delta A$ $\bar{y} A = \int y dA$



$\bar{x} L = \int x dL$ مرکز هندسی خط

$\bar{y} L = \int y dL$

$w = \delta \underline{aL}$ $\underline{\Delta w} = \delta \underline{a dL}$
حجم $\underline{\text{حجم المان}}$



$\bar{x} A = \int x dA$ مرکز هندسی سطح $\bar{x} L = \int x dL$ مرکز هندسی خط

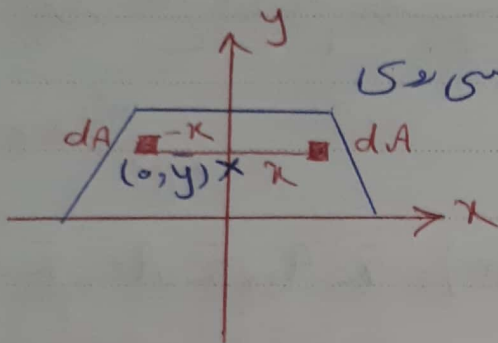
$\bar{y} A = \int y dA$ $\bar{y} L = \int y dL$

$$Q_y = \int x dA = \bar{x} A$$

کشتار اول حول محور y

$$Q_x = \int y dA = \bar{y} A$$

کشتار اول حول محور x

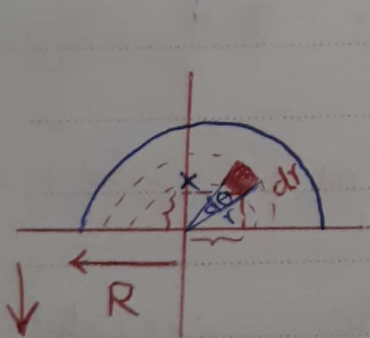
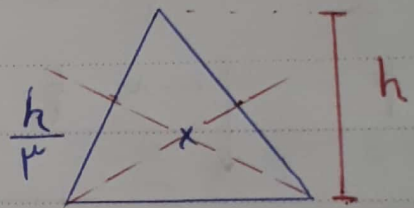
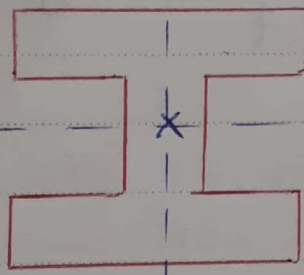
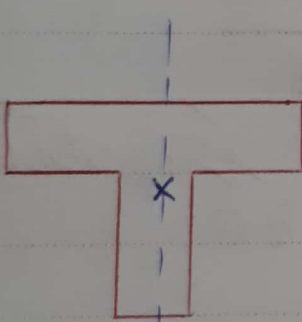


اگر جسمی حاوی محور تقارن باشد مرکز هندسی روی

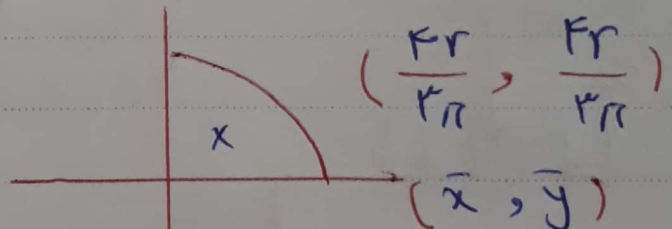
محور تقارن قرار می گیرد.

$$Q_y = \int x dA = 0 = \bar{x} A \quad \bar{x} = 0$$

اگر محوری محور تقارن باشد کشتار اول حول آن محور برابر صفر است.



$$\left(0, \frac{Fr}{3\pi}\right)$$



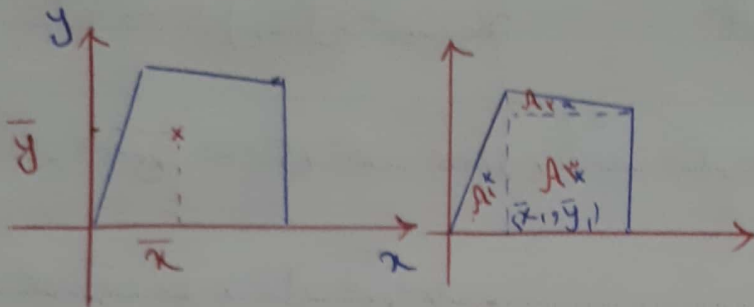
$$\bar{x} A = \int x dA \quad \bar{x} = 0$$

$$\bar{y} A = \int y dA \quad \bar{y} = \frac{\int y dA}{A}$$

$$\frac{\int_0^R \int_0^{\pi/2} r \sin \theta r dr d\theta}{\frac{\pi R^2}{4}} = \frac{\int_0^R r^2 dr \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta}{\frac{\pi R^2}{4}} = \frac{\frac{R^3}{3} \cdot 1}{\frac{\pi R^2}{4}} = \frac{FR}{3\pi}$$

Saba

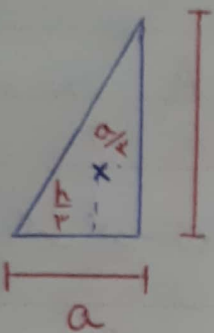
$$\frac{R^r}{r} \times (-\cos \theta) \Big|_0^\pi = \frac{12R^r}{r}$$



مرکز سطح اجسام مرکب:

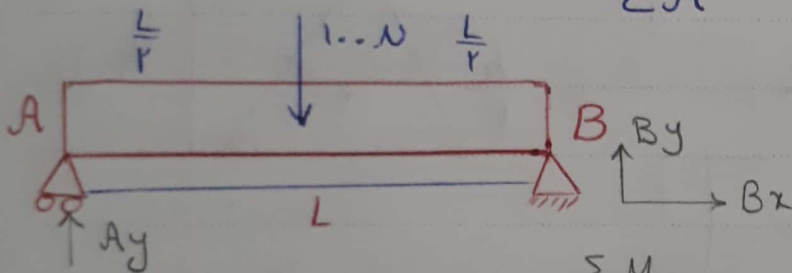
مساحتی

$$\bar{x} (A_1 + A_2 + A_3) = \bar{x} A_1 + \bar{x} A_2 + \bar{x} A_3$$



$$\bar{y} (A_1 + A_2 + A_3) = \bar{y} A_1 + \bar{y} A_2 + \bar{y} A_3$$

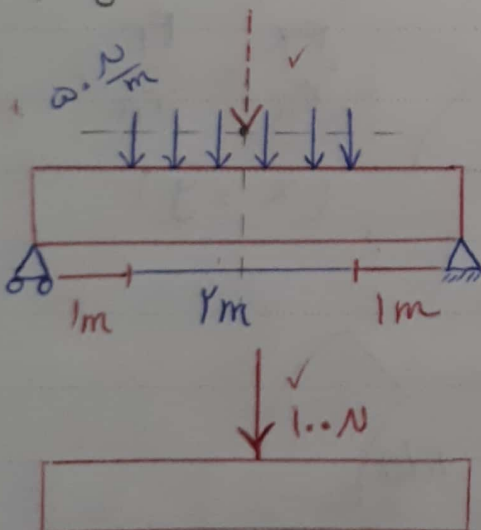
$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x} A}{\sum A} \quad \bar{y} = \frac{\sum \bar{y} A}{\sum A}$$



بارگذاری متمرکز

$$\sum F_x = 0 \quad B_x = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad A_y = 50 \text{ N} \quad \sum M_A = 0 \quad B_y = 50 \text{ N}$$



بارگذاری گسترده:

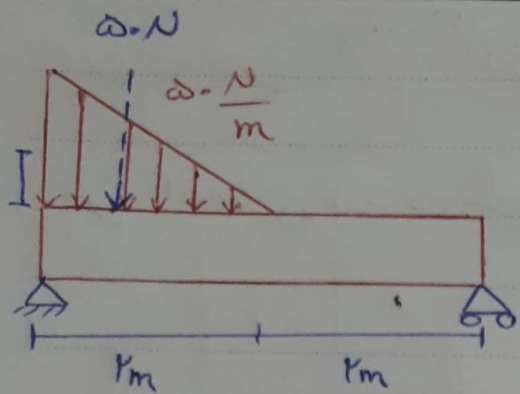
مساحت سطح

$$50 \frac{\text{N}}{\text{m}} \times 2 \text{ m} = 100 \text{ N}$$

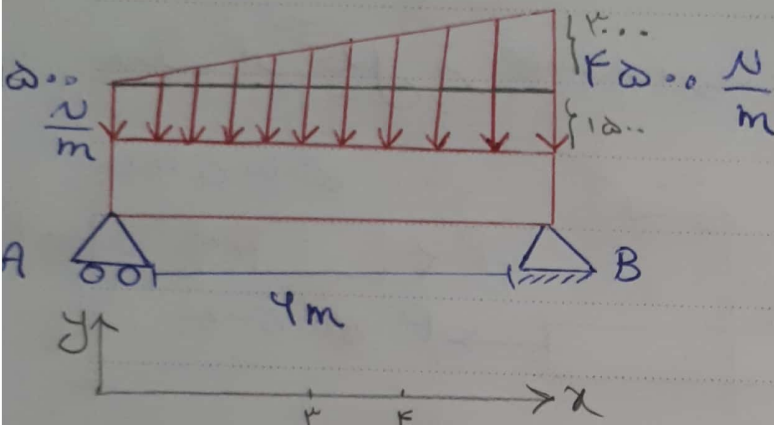
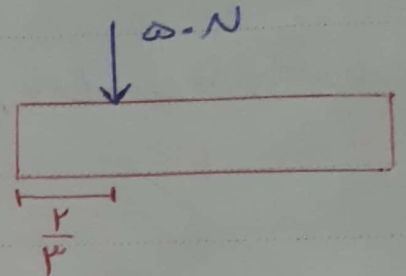
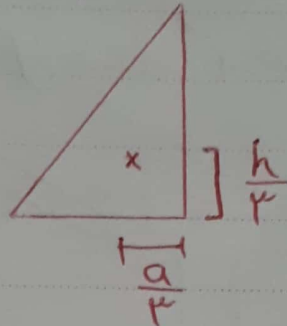
اندازه بار:

موقعیت بار: مرکز هندسی سطح

$$(\bar{x}, \bar{y})$$



انرژی بار: $\omega_0 \times \frac{2}{3} = \omega_0 \cdot N$

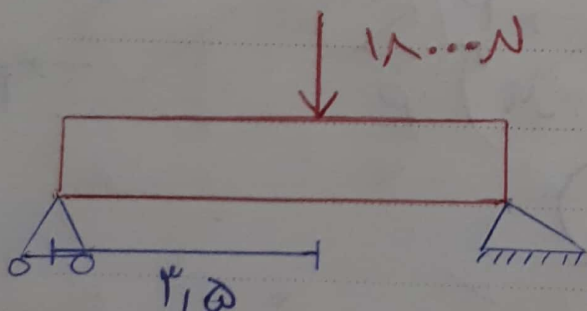


موقعیت بار: مرکز هندسی سطح

$(\bar{x}, \bar{y})$

	$\bar{x}$	A	$\bar{x} A$
مستطیل	3	9000	27000
مثلث	4	9000	36000
		$\Sigma A = 18000$	$\Sigma \bar{x} A = 63000$

$\bar{x} = \frac{\Sigma \bar{x} A}{\Sigma A} = \frac{63000}{18000} = 3.5$

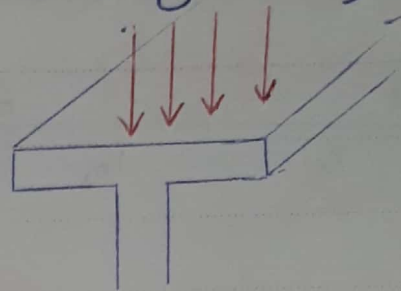
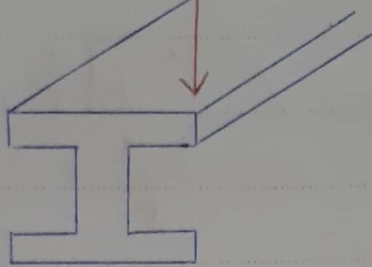
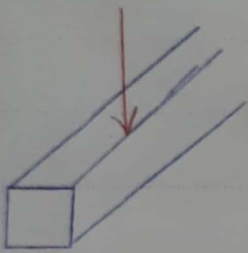


فصل هفتم

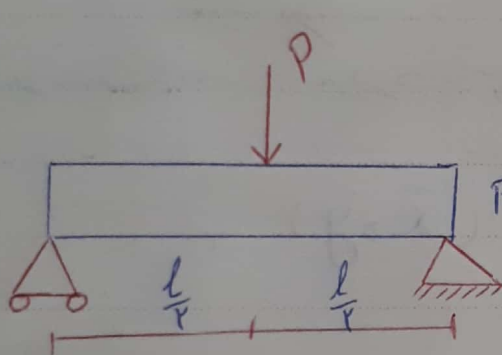
تحلیل نیرو

نیرو در تیر

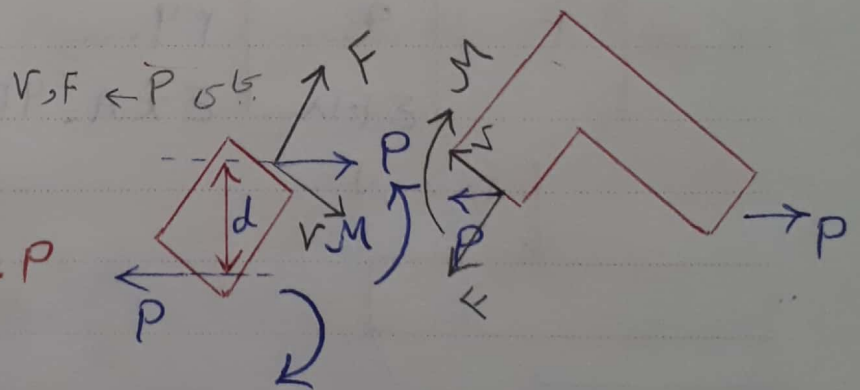
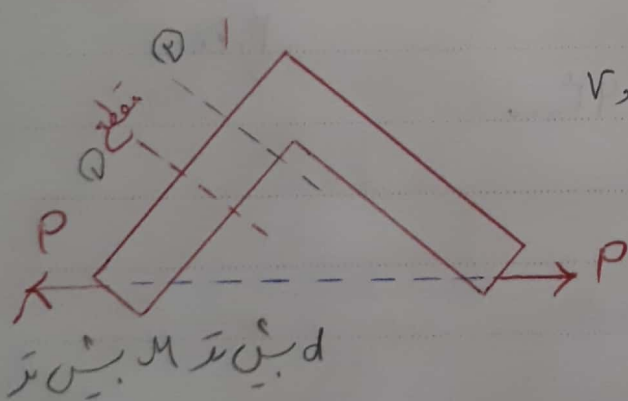
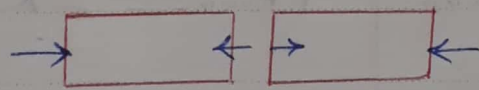
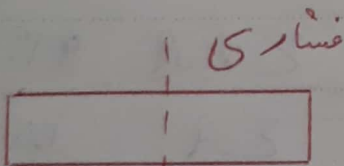
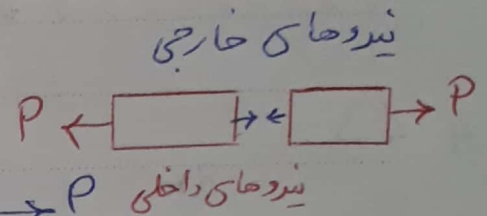
تیر اعضای لند و منشوری شکل هستند که برای تحمل بار استفاده می شوند.



هدف از تحلیل تیر محاسبه نیروهای برشی و گشتاور در غشی در تیر است.

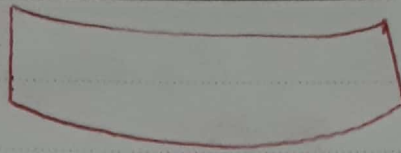
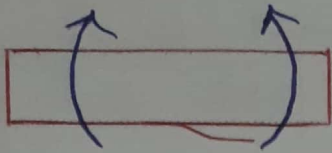


کشش

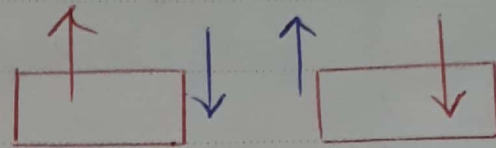
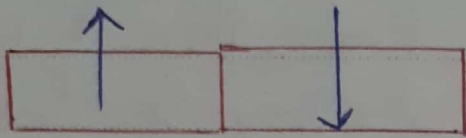


نیروی برشی باعث شکست و آسیب به قطعه می شود.

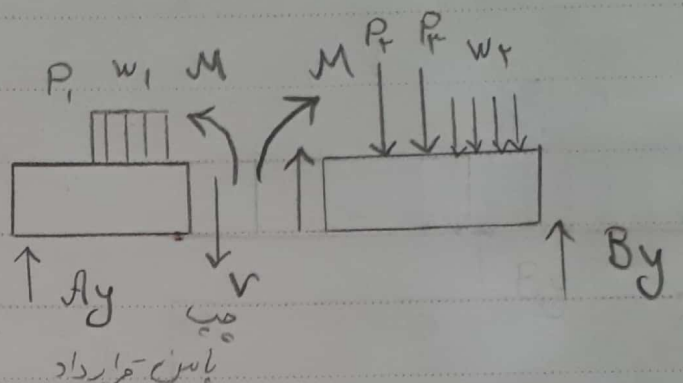
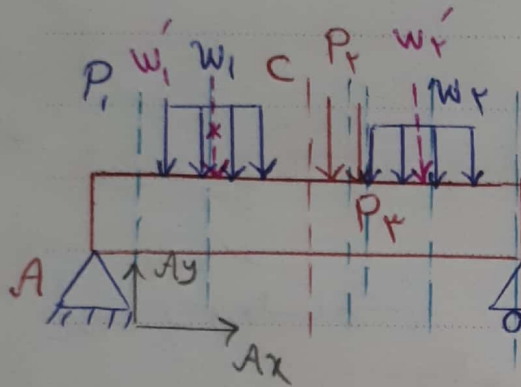
V نیروی برشی F نیروی عمودی M گشتاور خمشی



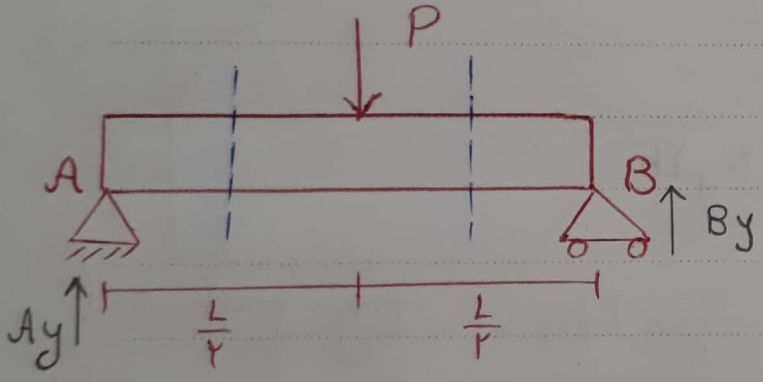
کشش و رخی مثبت



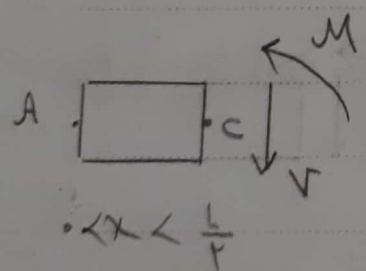
برشی مثبت



پایین قرار داد

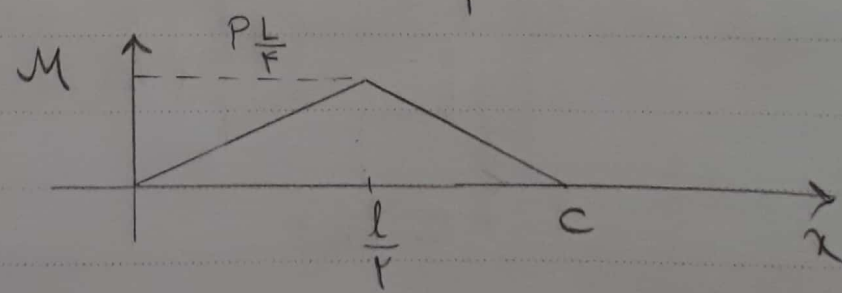
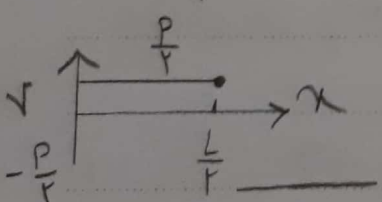


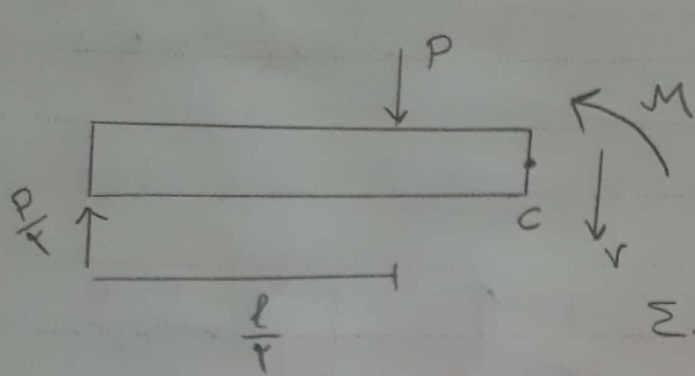
$$B_y = A_y = \frac{P}{2}$$



$$\sum F_y = 0 \quad \frac{P}{2} - V = 0 \quad V = \frac{P}{2}$$

$$\sum M_C = 0 \quad -x \times \frac{P}{2} + M = 0 \quad M = \frac{P}{2} x$$



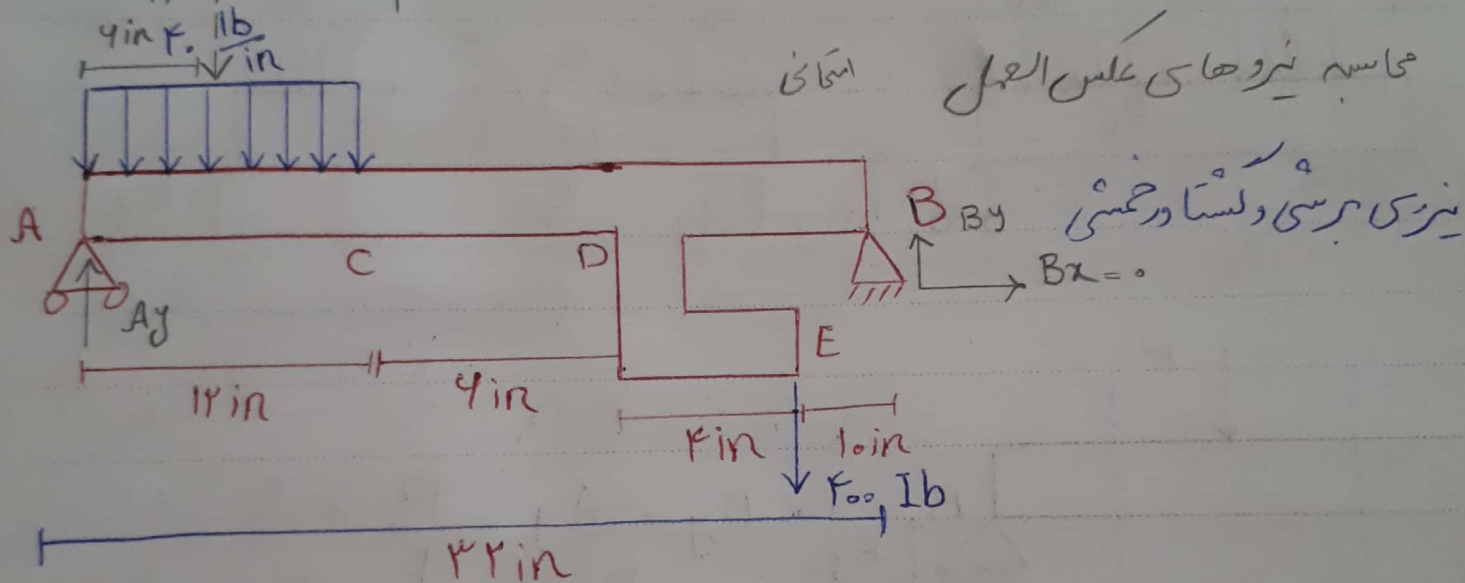


$$\sum F_y = 0 \quad \frac{P}{r} - P - v = 0$$

$$v = -\frac{P}{r}$$

$$\sum M_c = 0 \quad -\frac{P}{r}x + P(x - \frac{l}{r}) + M = 0$$

$$M = \frac{P}{r}(L - x)$$

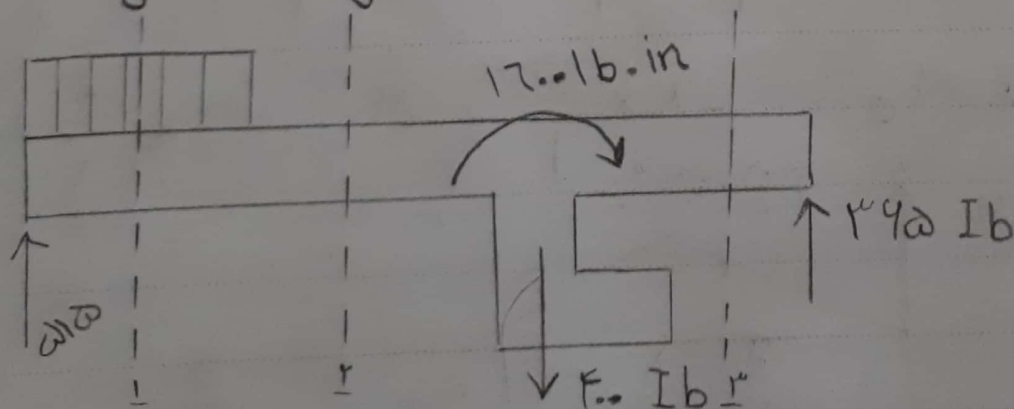


محاسبه نیروهای عکس العمل استاتی

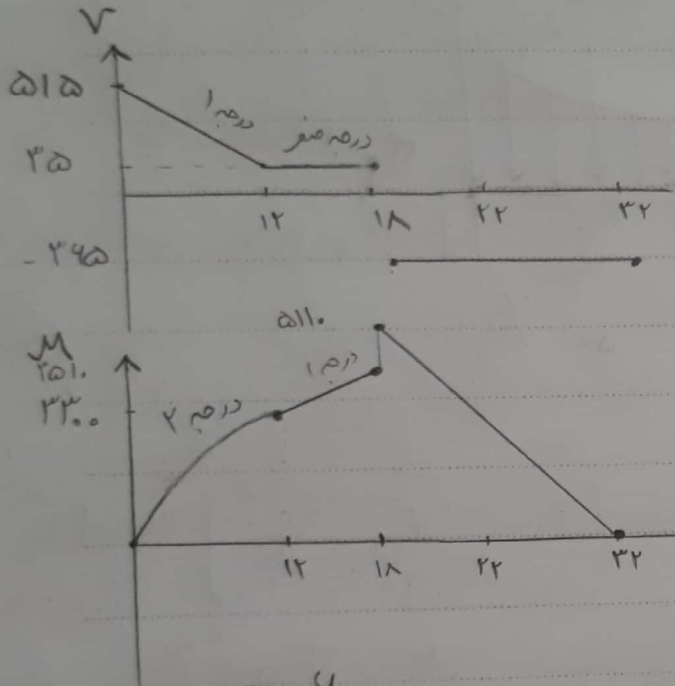
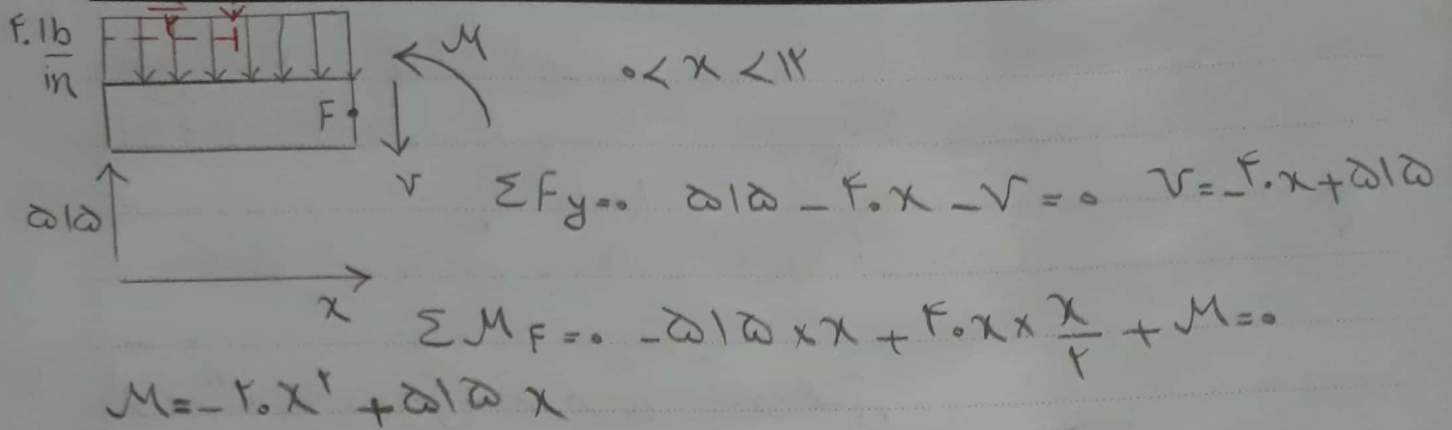
نیروی برشی و گشتاور خمشی

$$\sum M_A = 0 \quad -F_{10} \times 9 - F_{00} \times 22 + B_y \times 32 = 0 \quad B_y = 340 \text{ lb}$$

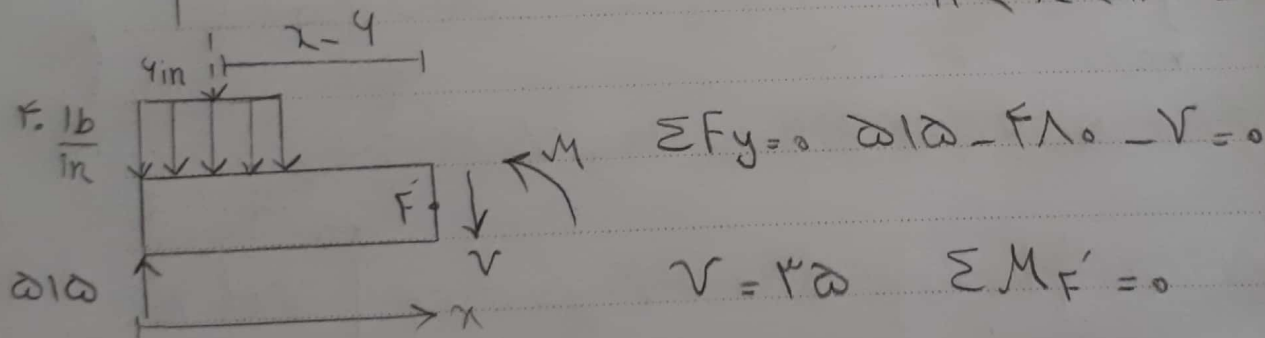
$$\sum F_y = 0 \quad A_y - F_{10} - F_{00} + 340 = 0 \quad A_y = 510 \text{ lb}$$



subject: $F \cdot x$
 year: month: date:



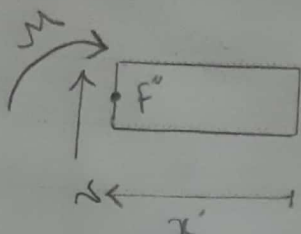
قطع سازه $12 < x < 18$



$$-210x + f \cdot (x-4) + M = 0 \quad M = 210x - f \cdot (x-4)$$

$$110 + 210x$$

مقطع شماره ۳.

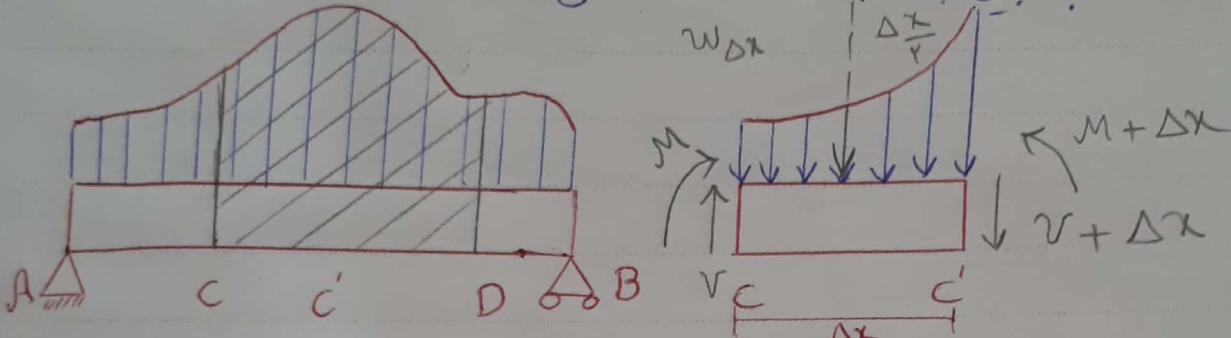


$$\sum F_y = 0 \quad 240 + V = 0 \quad V = -240 \text{ (lb)}$$

$$\sum M_{F^0} = 0 \quad +240x' - M = 0 \quad M = 240x'$$

$$0 < x' < 14$$

مطلوبت محاسبه بین بار برشی و گشتاور خمشی



$$\sum F_y = 0 \quad +V - w\Delta x - V - \Delta V = 0$$

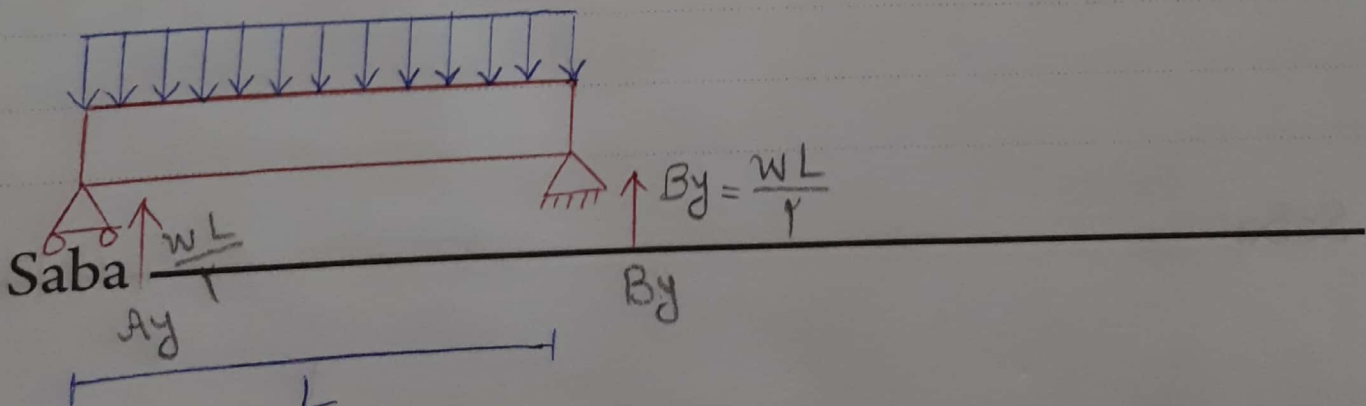
$$\Delta V = -w\Delta x \quad \int dV = \int -w dx \quad V_D - V_C = \int_C^D w dx$$

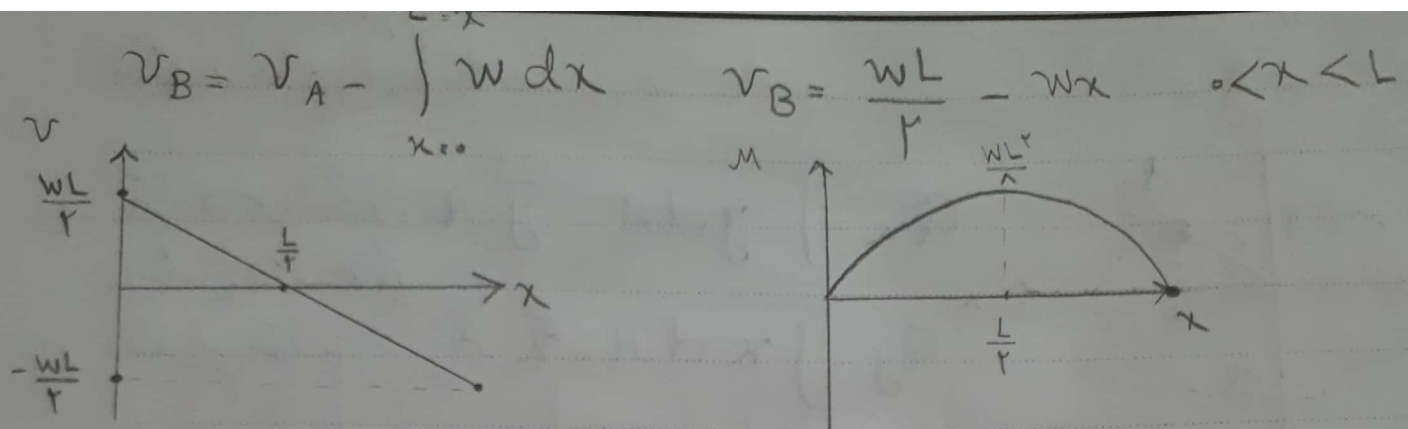
$$V_D = V_C - \int_C^D w dx \quad \sum M_{C'} = 0 \quad -M - V\Delta x -$$

$$-M - V\Delta x + w\Delta x \frac{\Delta x}{2} + M + \Delta M = 0$$

$$\Delta M = V\Delta x \quad \int dM = \int V dx \quad M_D - M_C = \int_C^D V dx$$

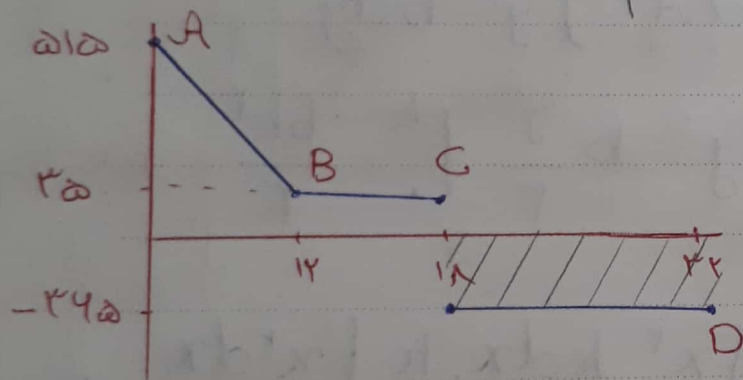
$$M_D = M_C + \int_C^D V dx$$





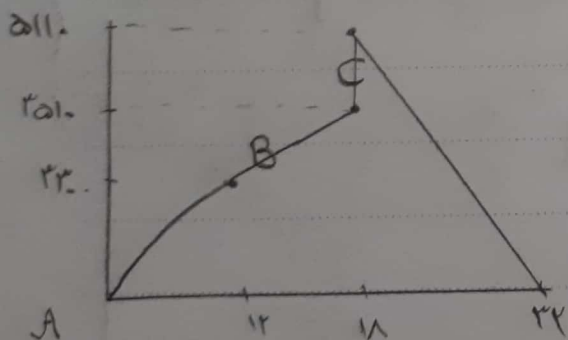
$$M_B = M_A + \int v dx \quad M_B = \int \frac{wL}{Y} - wx dx$$

$$M_B = \frac{wL}{Y} x - \frac{wx^2}{2} \quad 0 < x < L$$



$$M_B = M_A + \int_0^{10} v dx$$

$$M_B = 0 + \frac{(200 + (-40))}{2} \times 10 = 700$$



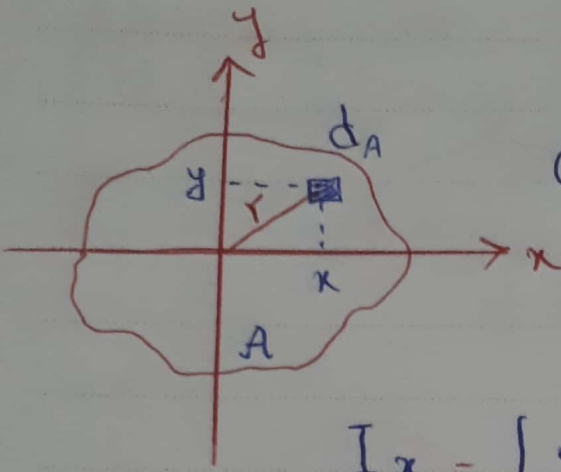
$$M_C = M_B + \int_{10}^{20} v dx$$

$$M_C = 700 + (4 \times 10) = 1100 \text{ Ib.in}$$

$$M_C = M_D + \int v dx$$

$$M_C = 140 \times 10 = 1100$$

لگشتا در دوم یا لگشتا در کتی یک سطح:



اگر x محور تقارن باشد Q_x مساوی صفر می شود.

$$Q_x = \int y dA = \bar{y} A$$

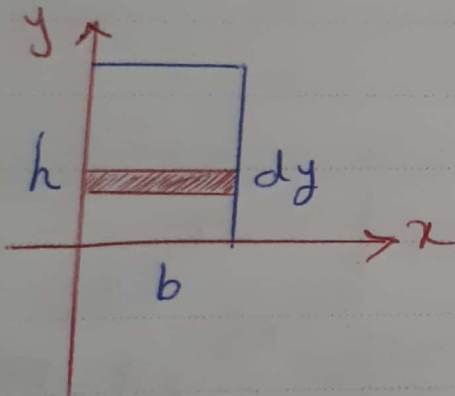
$$Q_y = \int x dA = \bar{x} A$$

لگشتا در دوم سطح نسبت به محور x

$$I_x = \int y^2 dA$$

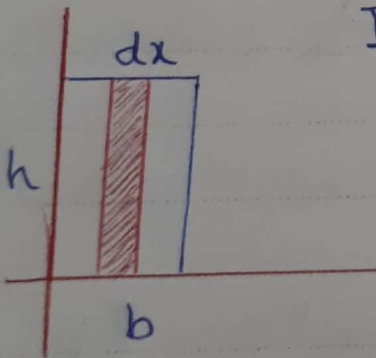
نسبت به y

$$I_y = \int x^2 dA$$



$$I_x = \int y^2 dA = \int y^2 b dy$$

$$b \int y^2 dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_0^h = \frac{bh^3}{3} = I_x$$



$$I_y = \int x^2 dA = \int x^2 h dx = h \int x^2 dx$$

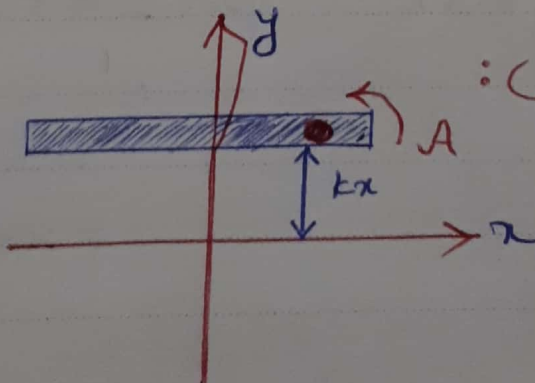
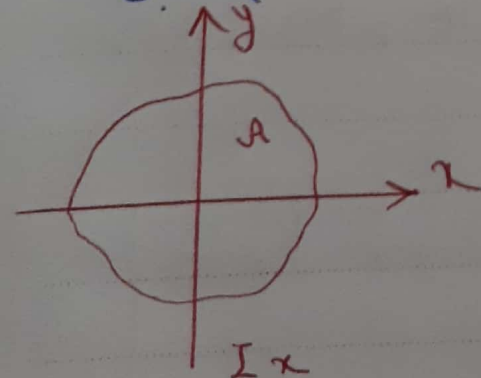
$$h \frac{x^3}{3} \Big|_0^b = \frac{hb^3}{3} = I_y$$

برای محاسبه لگشتا در دوم سطوح خارجی

لگشتا در دوم قطبی

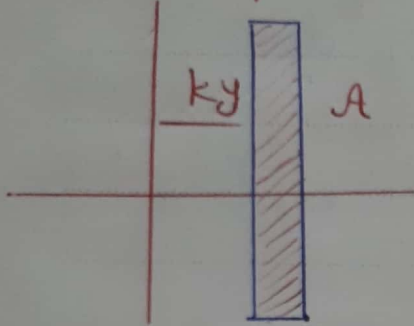
$$J_o = \int r^2 dA$$

شعاع هر بخش:



$$I_x = \int y^2 dA = k_x A \quad I_x = k_x^2 A \quad k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$k_x = \sqrt{\frac{\frac{bh^3}{12}}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}}$$



$$I_y = k_y^2 A \quad k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

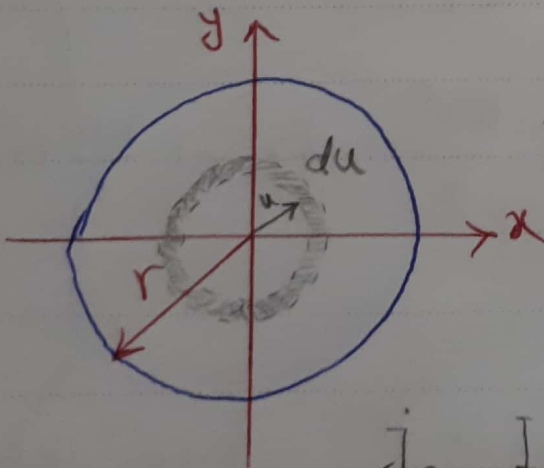
$$I_x = \int y^2 dA = \int y^2 (L dy) =$$

$$\frac{L}{b} = \frac{h-y}{h} \quad L = \frac{b}{h} (h-y)$$

$$\int y^2 \frac{b}{h} (h-y) dy =$$

$$I_x = \frac{b}{h} \int y^2 (h-y) dy = \frac{b}{h} \left[\frac{h y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^h$$

$$I_x = \frac{b}{h} \left(\frac{h^4}{3} - \frac{h^4}{4} \right) = \frac{bh^3}{12}$$



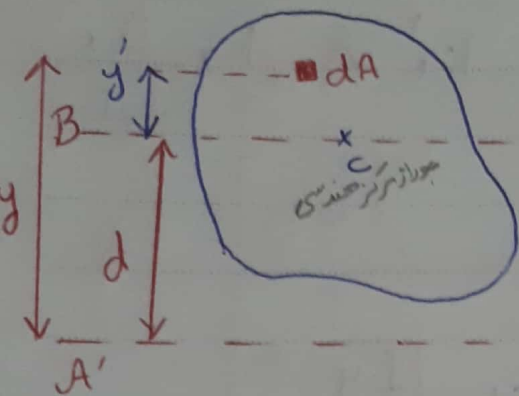
$$J_o = \int r^2 dA = \int u^2 (\pi u du) =$$

$$\pi \left[\frac{u^4}{4} \right]_0^r = \frac{\pi}{4} r^4$$

$$J_o \quad I_x + I_y = J_o = \frac{\pi}{4} r^4$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{8} r^4$$

قضیه گورهای پاری:



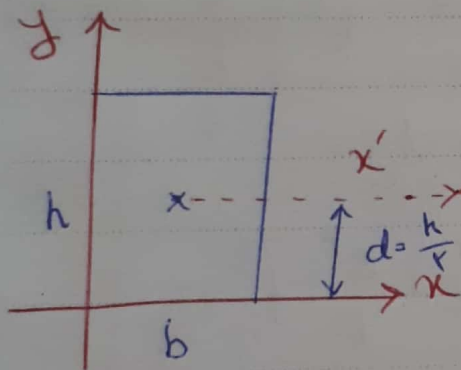
$$I_{AA'} = \int y'^2 dA$$

$$I_{BB'} = \int y'^2 dA$$

$$I_{AA'} = \int y'^2 dA = \int (y' + d)^2 dA = \underbrace{\int y'^2 dA}_{I_{BB'}} + \int 2dy' dA + \int d^2 dA$$

$$\int d^2 dA \Rightarrow I_{AA'} = I_{BB'} + Ad^2$$

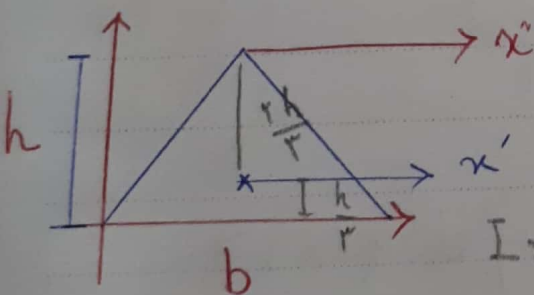
$$I_{BB'} < I_{AA'}$$



$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_{x'} = ?$$

$$I_x = I_{x'} + Ad^2 \quad \frac{bh^3}{12} = I_{x'} + (bh \times \frac{h}{2})^2 =$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{12} = \frac{bh^3}{12}$$



$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_{x'} = ?$$

$$I_x = I_{x'} + Ad^2 \quad \frac{bh^3}{12} = I_{x'} + (\frac{bh}{3} \times (\frac{h}{3}))^2 =$$

$$I_{x'} = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{36} = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_{x''} = I_{x'} + Ad^2 = \frac{bh^3}{36} + (\frac{bh}{3} \times (\frac{rh}{3}))^2 \quad I_{x''} = \frac{1}{8} bh^3$$

گسترده تختی سطوح مرکب نسبت به محور عبوری
از مرکز هندسی محاسبه کنید.

$I_{x'} = 9 \times (0.75)^3 \times \frac{1}{12} =$
 $I_x = 9 \times (0.75)^3 \times \frac{1}{12} + (9 \times 0.75) \left(\frac{13.184}{2} + \frac{0.75}{2} \right)^2$
 $I_{x'} = \frac{9 \times (0.75)^3}{12}$
 $I_x = 291 + I_{x'} + I_{x''}$
 $w = 14 \times 3 \Rightarrow I_x = 291$